



Apuntes

Evaluación de Proyectos

Evaluación Económica

Ier. Semestre
Maestría en
Ingeniería

M. I. José Francisco Grajales Marín
Agosto 2013

ÍNDICE

	INTRODUCCIÓN	1
1	ANTECEDENTES	2
2	EVALUACIÓN ECONÓMICA	5
2.1	Formulación de alternativas	6
3	INGENIERÍA ECONÓMICA	10
3.1	Factores de descuento	12
3.2	Ejemplos de aplicación de factores de descuento	15
4	TÉCNICAS DE EVALUACIÓN	19
4.1	Valor presente	19
4.2	Tasa interna de retorno	22
4.3	Relación beneficio/costo	23
4.4	Costo anual	24
4.5	Ejemplos de evaluación	24
5	EVALUACIÓN CON MULTIOBJETIVOS	32
5.1	Electre I	32
	BIBLIOGRAFÍA	41

INTRODUCCIÓN

Estos apuntes se elaboraron para el curso de *Evaluación de Proyectos* que se cursa en el 1er. Semestre de la Maestría en Ingeniería, y se estructuraron de la siguiente manera: en el capítulo 1 de *Antecedentes* se plantean algunas preocupaciones de la época que están relacionadas con el agotamiento de los recursos naturales, el crecimiento exponencial de la población y por ende de vivienda y otros espacios que hacen necesario en la actualidad procurar una mejor evaluación de los proyectos de infraestructura.

El capítulo 2, *Evaluación Económica* se orienta a plantear alternativas de solución, el horizonte de planeación de los proyectos y las condiciones de factibilidad que deben cumplir para mejorar la calidad de vida de la población. En el capítulo 3, *Ingeniería Económica* se enfoca en establecer los principios de la evaluación numérica de los proyectos mediante el análisis numérico de beneficios y costos asociados a un proyecto considerando las tasas de interés y las matemáticas financieras de los factores de descuento.

El capítulo 4 se integra con las diferentes técnicas de evaluación y finalmente, en el capítulo 5 se expone la *Técnica Electre I* como una metodología que permite la evaluación de un conjunto de alternativas bajo diferentes criterios de evaluación.

OBJETIVO

El alumno conocerá los costos y beneficios asociados a un proyecto de infraestructura, las pruebas de factibilidad que deben aprobar para ser considerados como un bien común y las técnicas de evaluación para establecer las diferencias entre ellos que permitan ordenarlos y emitir un juicio favorable o desfavorable para su ejecución.

1 ANTECEDENTES

Cuando se contempla la posibilidad de construir un proyecto, y éste es el producto de una planeación efectiva y real, el siguiente paso es juzgar su viabilidad.

Para establecer si un proyecto es viable, es necesario ponderar todos los efectos o consecuencias que éste pudiera provocar en su entorno social, económico, natural, etc.; si la única alternativa es este proyecto, se considera que el *no hacer nada*, constituye otra alternativa y habría que considerar también los efectos. Sólo entonces se estaría en condiciones de tomar una decisión acerca de construirlo o no.

Otra situación sería aquella en que para satisfacer una necesidad específica de una región, existen varias alternativas y de cada una de ellas se conocen los efectos que tendrían en la región de llevarse a cabo su construcción. Si las alternativas fueran *mutuamente exclusivas*, es decir, si basta con construir una de ellas para satisfacer las necesidades de la región; habría que hacer una comparación, para tomar la decisión acerca de cuál construir.

En las situaciones mencionadas, la evaluación de un proyecto de ingeniería es una labor compleja, si se considera que existe dificultad para asignar un costo social, un costo ambiental o un costo político a las diversas manifestaciones de un proyecto, acentuándose la complejidad si los diversos efectos de un proyecto se extienden en espacio y tiempo.

De estos efectos, los más difíciles de evaluar son los efectos sociales y los efectos en el medio ambiente.

Entre los efectos sociales más importantes se pueden mencionar:

- La distribución del ingreso
- La vida, la salud y la seguridad
- La educación, cultura y salud
- La preparación para las emergencias

El bienestar social, que en países en desarrollo es el más importante, es el más difícil de medir porque también es el más difícil de definir; sin dejar de mencionar que el bienestar social no es independiente del desarrollo económico, ni del ambiente.

Respecto al medio ambiente, entre las preocupaciones ecológicas de la época, tanto locales como globales, se pueden mencionar:

- Contaminación de los océanos
- Especies marinas
- Calidad del agua
- Bosques y selvas
- Diversidad biológica
- Desechos peligrosos
- Efecto invernadero
- Destrucción del ozono troposférico
- Aire limpio

En los últimos decenios se ha acentuado la complejidad acerca de los problemas ambientales. Una parte de esta complejidad es debida a su naturaleza misma y otra por la ambigüedad con que se le percibe. Dicho de otra manera, algunas complejidades son científico-técnicas y otras son filosóficas y de comunicación social.

La complejidad científico-técnica se debe al gran número de variables que intervienen en la respuesta de cualquier ecosistema a la perturbación producida por un proyecto; además de que las múltiples relaciones entre esas variables son inciertas por limitaciones del conocimiento científico.

Por la otra parte, la complejidad proviene de las diversas percepciones y de las dificultades de comunicación social. En relación con cada proyecto, hay diversidad de instituciones y grupos sociales legítimamente interesados y cada uno de ellos tiene valores, conocimientos, concepciones, intereses, expectativas y lenguajes distintos.

James y Lee¹ sugieren que es posible lograr una óptima asignación de recursos para obras de ingeniería, maximizando una función, unánimemente aceptada, también llamada *función social de bienestar* que tiene la forma:

$$I = a_1 G_1 + a_2 G_2 + \dots + a_n G_n$$

En que los coeficientes a , ($\sum a_i = 1.0$) son los factores de peso asociados a los objetivos o metas G , las cuales expresan el grado de cumplimiento que puede alcanzar una alternativa en cuanto a un criterio social, ambiental, económico, etc.; de manera que I es un índice que permite jerarquizar un grupo de alternativas o seleccionar la mejor de ellas.

¹ James, L. Douglas; Lee, Robert R. 1980. *Economics of Water Resources Planning*. McGraw-Hill Book Company.

Una evaluación de esta naturaleza también es muy compleja; es difícil que la sociedad en su conjunto, esté de acuerdo con el factor de peso asignado a cada meta u objetivo.

Existen tres posibles medidas del costo de un impacto ambiental: el monto de los daños inducidos, el costo de control o mitigación y el monto del riesgo. Éste último es por analogía con un seguro; cuando éste no existe en el mercado, es posible calcular cotas superior e inferior de ese monto mediante la determinación de:

- a) El precio que se está dispuesto a pagar por evitar el riesgo (cota inferior)
- b) La compensación que se está dispuesto a recibir por correr el riesgo (cota superior)

En los últimos años, se ha introducido el concepto de *desarrollo sostenible* y éste se ha sugerido como criterio para escoger vías y proyectos de desarrollo que evitarían un colapso ecológico. El concepto es atractivo, y puede utilizarse para abarcar condiciones tanto ecológicas como sociales, pero aún es evadido cuando se trata de aplicarlo a la evaluación de proyectos. En esencia, un proyecto se dice que es *sostenible*, si su funcionamiento, además de satisfacer necesidades presentes, es viable en el muy largo plazo y no conduce al empobrecimiento de las opciones y calidad de vida futuras.

Lo más difícil es como asegurarse de que este último requisito se cumpla.

La tasa de descuento que debe usarse para cuantificar el valor presente de los costos ambientales futuros tampoco está exenta de debates. Algunos sostienen que, por consistencia, dicha tasa debe ser la misma que se aplica en los análisis económicos de inversiones. Otros, que debe utilizarse tasa de descuento *cero*, especialmente para riesgos a la salud o pérdida de vidas, pues una vida del futuro es, por razones morales, tan valiosa como una del presente. Finalmente, otros se inclinan por tasas de descuento no nulas pero inferiores a las usadas en el análisis convencional de inversiones, y llaman, a tales valores reducidos, tasas de descuento sociales, para distinguirlas de las tasas de descuento de las empresas. Éste último, parece ser el enfoque más generalmente aceptado, y su justificación es que, tratándose de costos ambientales, interesan valores para la sociedad y no para las inversiones.

2 EVALUACIÓN ECONÓMICA

En general, se habla de un *proyecto* cuando en realidad se hace referencia a un plan de acción o a una idea que se pretende realizar. Sin embargo, cuando se trata de un proyecto en evaluación, debe existir una acción o decisión que genere beneficios y costos en diferentes momentos en el tiempo. Así, podría definirse como *una propuesta de acción que implica la utilización de recursos para el logro de ciertos resultados esperados*.

La evaluación de proyectos es una herramienta que permite determinar si conviene o no llevar a cabo un proyecto. El proceso de evaluación consiste en identificar, cuantificar y valorar todos los costos y beneficios atribuibles a un proyecto, para después compararlos y determinar su rentabilidad.

La evaluación de proyectos es aplicable tanto a los proyectos privados, como a los públicos. Consecuentemente, existen dos tipos de evaluación de acuerdo con la clase de costos y beneficios que se van a considerar. En la evolución privada solo se toman en cuenta los costos y beneficios particulares del dueño del proyecto, que puede ser una persona, una empresa o una institución; en cambio, en la evaluación social, el proyecto pertenece a una persona, empresa o una institución, pero considera los costos y beneficios que implica dicho proyecto para la sociedad, considerada como un todo.

La evaluación privada toma en cuenta exclusivamente los costos y los ingresos generados por el proyecto para el inversionista, empleando los precios de compra y venta que se manejan en el mercado.

De manera general se acepta que existen dos tipos de evaluación privada: la *evaluación económica* del dueño del proyecto, en la que se supone que tiene el 100 % del capital necesario para financiarlo y que todas las operaciones son de riguroso contado; es decir, la evaluación económica busca determinar si el proyecto es conveniente o no, en su totalidad, independientemente de cómo se financie y del momento en que se paguen las compras o las ventas. En este caso, los beneficios se determinan a partir de los bienes o servicios que produce el proyecto y proporcionan la satisfacción de los intereses del dueño. Los costos privados equivalen a lo que el dueño debe desembolsar para el proyecto. El segundo tipo de evaluación privada se conoce como *evaluación financiera*, que a diferencia de la económica distingue el capital del dueño del proyecto del capital prestado. En ella se considera a los préstamos como un ingreso, y a sus intereses y pagos como costos financieros.

2.1 Formulación de alternativas

Una *alternativa* en ingeniería, es un curso de acción físicamente capaz de lograr un objetivo de diseño. Una alternativa se dice que está *propriadamente definida* cuando son especificadas con suficiente claridad todas las consecuencias económicas y todos los intangibles (valores que no pueden ser expresados en términos monetarios) que ocasionaría en caso de ser implantada.

Para formular un conjunto de alternativas es necesario considerar todas las posibilidades de acción (incluyendo la posibilidad de *no acción*), las cuales tienen una posibilidad real de ser la óptima. Las alternativas son llamadas *mutuamente exclusivas* si únicamente una de ellas puede ser seleccionada. Pueden ser mutuamente exclusivas por requerimientos de espacio, por recursos financieros limitados, por limitación de insumos, etc. Otras veces es posible implantar dos o más proyectos.

Cada alternativa debidamente formulada debe expresar claridad de ideas y habilidad para predecir el futuro en cuanto a sus consecuencias o resultados.

Sin embargo, no deja de existir el elemento de incertidumbre, la cual es inherente a situaciones impredecibles; ésta puede clasificarse:

- Incertidumbre acerca de los objetivos
- Incertidumbre acerca de las restricciones en el sistema
- Incertidumbre acerca de la respuesta pública
- Incertidumbre acerca del cambio tecnológico
- Incertidumbre acerca de eventos recurrentes

Se recomienda, como una guía para tratar la incertidumbre: (1) aplicar un porcentaje preseleccionado para incrementar los costos o reducir los beneficios; (2) limitar el periodo de análisis; o (3) agregar el riesgo en la tasa de descuento.

Una aproximación más satisfactoria consiste en aceptar que los efectos de un proyecto no pueden ser pronosticados con valores fijos, sino como variables que tienen alguna distribución de probabilidad de valores posibles.

Horizonte de planeación

Se define el horizonte de planeación como el tiempo futuro más distante considerado en un análisis económico.

Debido a la incertidumbre existente en la predicción de resultados en el futuro más distante, es favorable considerar periodos cortos en la planeación, pero la necesidad de un análisis de efectos de largo plazo para alcanzar los objetivos planteados, favorece considerar periodos largos.

Se conocen cuatro diferentes periodos de tiempo en el análisis de proyectos: (1) la *vida económica*, (2) la *vida física*, (3) el *periodo de análisis*, y (4) el *horizonte de construcción*.

La *vida económica* de un proyecto, termina cuando el beneficio incremental, en su operación, ya no excede de manera notable al costo incremental.

La *vida física* termina cuando el proyecto, físicamente, ya no puede realizar la función esperada.

El *periodo de análisis* es el periodo de tiempo en el cual son incluidos los efectos del proyecto en un estudio en particular.

El *horizonte de construcción* se alcanza cuando el proyecto ya no se espera que satisfaga demandas futuras.

Factibilidad

Durante la planeación, se debe seleccionar de entre muchos proyectos o alternativas. Cada una de ellas debe aprobar varias *pruebas de factibilidad*; entre las más importantes, se pueden citar:

Factibilidad técnica

Es aprobada si el proyecto propuesto es físicamente capaz de realizar la función deseada. Una propuesta específica consiste de un sistema físico específico, el cual podría no trabajar satisfactoriamente. Este concepto se puede ilustrar con el concepto de la *función producción*, que es aplicable a un proyecto en ingeniería; según esto, un diseño en ingeniería debe estar confinado a la *región tecnológicamente factible*:

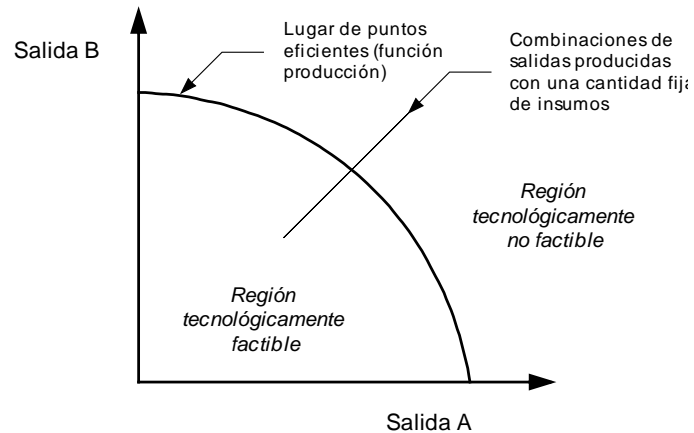


Figura 2.1 Función producción

Factibilidad económica

Es aprobada si los beneficios totales resultantes del proyecto, exceden a los beneficios que se obtienen sin proyecto, en una cantidad mayor al costo del proyecto:

$$\mathbf{Beneficios}_{con\ proyecto} - \mathbf{Beneficios}_{sin\ proyecto} > \mathbf{Costo}_{proyecto}$$

La factibilidad económica depende de la factibilidad técnica, ya que un proyecto que es incapaz de producir los beneficios deseados no producirá los beneficios necesarios para su justificación.

Factibilidad financiera

Es aprobada si existen suficientes fondos para ser destinados a la implantación y operación del proyecto.

Factibilidad política

Es aprobada si existe aprobación política por parte de los usuarios.

Factibilidad social

Es aprobada si los usuarios potenciales responden favorablemente a la construcción del proyecto.

Factibilidad ambiental

Es aprobada si el impacto ambiental causado por el proyecto, es posible mitigarlo; o evaluar costos y beneficios ambientales para compararlos. Sin embargo, esto es complejo; por lo que una manera racional de juzgar la factibilidad ambiental de un proyecto es sensibilizarse ante la

aceptabilidad social del proyecto y considerar como criterio central de evaluación ambiental, no cuanta contaminación o degradación produce en los componentes del entorno (aire, agua, suelo, flora y fauna, paisaje, monumentos) sino cuáles y de qué magnitud son los efectos de ello en cuatro aspectos principales: la salud, la diversidad biológica, la potencialidad económica y la riqueza cultural.

Finalmente, se puede decir que la *factibilidad técnica* está determinada por el conocimiento de las técnicas de diseño en ingeniería. La *factibilidad económica* por el conocimiento de las técnicas de ingeniería económica. La *factibilidad financiera* por el análisis de fuentes potenciales de fondos disponibles. La *factibilidad política* por el análisis de cómo los que toman decisiones, aprecian o valoran los efectos adversos y favorables del proyecto, la intensidad del sentimiento popular y el potencial del proyecto para obtener apoyo público. La *factibilidad social* por la manera en que se aprecie el cambio que el proyecto puede provocar en la vida diaria de los beneficiarios y evaluando la buena voluntad de éstos para adaptarse al cambio.

De esta manera, el proceso de análisis de factibilidad de un universo de alternativas se logra ubicando cada una de ellas en conjuntos que representan los diversos criterios de evaluación, con lo que se define un conjunto (intersección de todos ellos) que representaría al conjunto de alternativas factibles:

- U=Universo de alternativas factibles
- T=Conjunto de alternativas técnicamente factibles
- F=Conjunto de alternativas financieramente factibles
- S=Conjunto de alternativas socialmente factibles
- E=Conjunto de alternativas económicamente factibles
- A=Conjunto de alternativas ambientalmente factibles
- P=conjunto de alternativas políticamente factibles

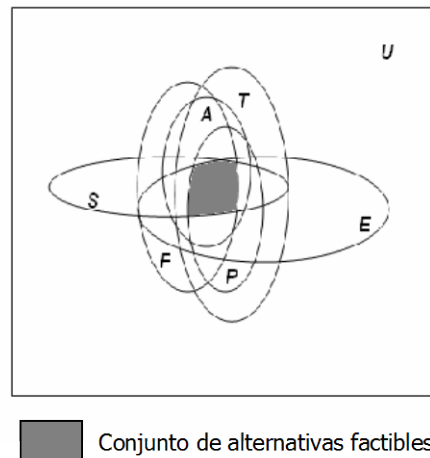


Figura 2.2 Generación de alternativas factibles

3 INGENIERÍA ECONÓMICA

Se puede definir a la *ingeniería económica* como la ciencia de aplicar criterios económicos para seleccionar a la mejor de entre un grupo de alternativas.

Los principios de ingeniería económica constituyen una guía en la estructuración de alternativas, de manera que ellas puedan ser comparadas para determinar cuál debe ser seleccionada.

El mayor obstáculo para expresar las consecuencias de un curso alternativo de acción, en unidades mensurables, son las diferencias en *clase* y las diferencias en *tiempo*.

En cuanto a las diferencias en clase, un proyecto puede tener diversas *salidas* y cada una de ellas estar expresada en diversas unidades; sin embargo, siempre existe el recurso de traducir estos rendimientos en una unidad que la sociedad acepta como unidad de medida: el valor monetario que es posible asignar a cada una de las salidas del proyecto.

Con respecto al tiempo, es innegable el papel que juega el tiempo en lo que a inversiones se refiere; no es igual una cantidad de dinero hoy que en el futuro distante. Esta variación del valor del dinero en el tiempo, depende de la tasa de descuento utilizada. La tasa de descuento tiene una gran influencia en la selección de proyectos. Una tasa alta de descuento, favorece a proyectos con pequeña inversión inicial, mientras que una tasa baja favorece a proyectos con inversión creciente durante la vida económica del proyecto.

Principio del costo incremental

De acuerdo al principio del *costo incremental*, el mérito de tomar una buena decisión al comparar dos alternativas, radica en considerar la diferencia entre costos y la diferencia entre beneficios. La decisión de aumentar la capacidad de un proyecto, debe estar justificada más por el incremento en los beneficios, que en el incremento de los costos.

Diagrama de flujo de efectivo

Cuando se tienen identificadas las consecuencias de implantar un proyecto, es necesario decidir cuáles son relevantes para el análisis. Algunas veces no lo son por el punto de vista tomado en el estudio, por tener una conexión tenue con el proyecto, por su pequeña magnitud, o alguna otra razón. Otras veces se pueden omitir en el análisis porque son idénticas en cada alternativa y en un análisis económico se consideran solo las diferencias. Las consecuencias

relevantes pueden clasificarse en dos grupos: (1) aquellas a las que es posible asignar un razonable valor monetario, y (2) aquellas que pueden tener un valor monetario, pero que requieren una determinación suplementaria de valores intangibles.

La representación gráfica de los costos de construcción, costos de mantenimiento y operación, costos de reemplazo y los beneficios derivados del proyecto; recibe el nombre de *diagrama de flujo de efectivo*.

En la representación estándar de un diagrama de flujo de efectivo, los beneficios se representan con flechas hacia arriba y los costos con flechas hacia abajo. La longitud de las flechas es proporcional al costo o beneficio y en el eje horizontal se representa al tiempo. Por conveniencia, se considera en el análisis, con pequeña pérdida de exactitud por la larga vida de los proyectos, que todos los flujos de efectivo durante un año, ocurren al final del año o al final del periodo. La gráfica siguiente es una representación típica de un proyecto:

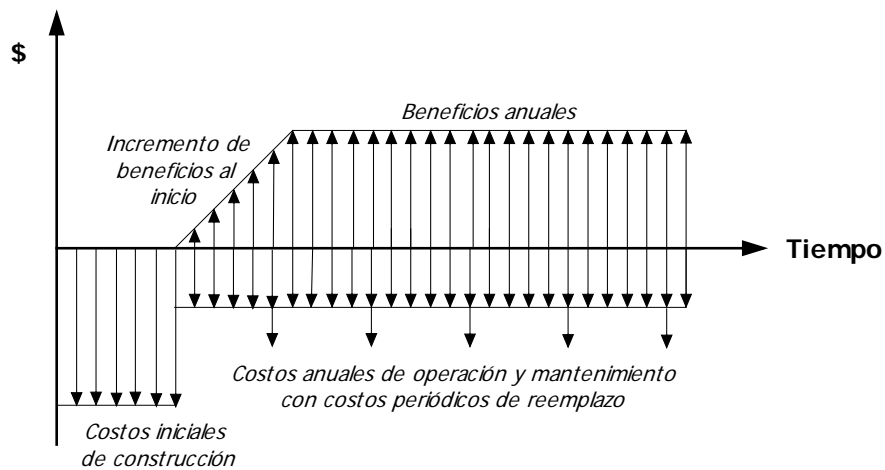


Figura 3.1 Diagrama de flujo de efectivo

El diagrama de flujo de efectivo contribuye en gran manera a simplificar los cálculos en el análisis económico de alternativas; el análisis consiste en la aplicación de los *factores de descuento* en alguna de las *técnicas de evaluación*.

3.1 Factores de descuento

a) Factores de pago único

En la aplicación del descuento para convertir un flujo de efectivo a un valor conveniente para su uso en la comparación de alternativas, el objetivo es convertir un valor en una fecha, a un valor equivalente en otra fecha. Existen dos factores para este propósito:

Factor de interés compuesto para un pago único. Indica el número de pesos que se tendrán acumulados después de N años por cada peso inicialmente invertido a una tasa de interés i , (%). La notación funcional es $(F/P, i \%, N)$, donde F es un valor futuro y P es un valor presente.

Si P es la cantidad depositada inicialmente, después de 1 año, $F=P(1+i)$. Cada año, la cantidad vuelve a ser multiplicada por $(1+i)$, por lo que después de N años:

$$F=P(1+i)^N$$

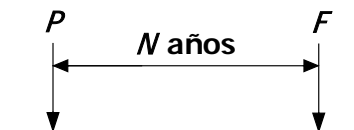
Por lo que el factor buscado es:

$$\left(\frac{F}{P}, i \%, N\right) = (1+i)^N = \frac{F}{P}$$

Factor de valor presente para pago único. Indica el número de pesos que se deben invertir inicialmente a una tasa i (%) para tener \$1 después de N años. El factor es $(P/F, i \%, N)$ y es el inverso del factor anterior:

$$\left(\frac{P}{F}, i \%, N\right) = \frac{1}{(1+i)^N} = \frac{P}{F}$$

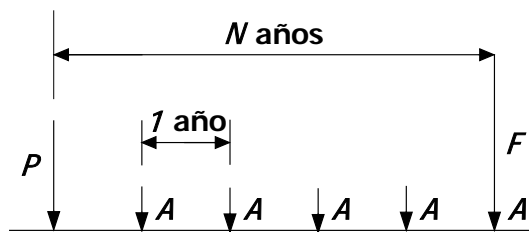
Se puede representar como:



b) Factores de serie anual uniforme

Todos los problemas que se presentan en el análisis, se pueden resolver con las fórmulas anteriores; sin embargo, se pueden desarrollar fórmulas adicionales para reducir en gran manera el cálculo.

Los factores de serie anual uniforme indican la equivalencia entre el valor en un tiempo presente P , e iguales cantidades A al final de cada uno de los N años o entre los N valores iguales de A y una cantidad acumulada F , como se observa en la figura:



Factor de amortización de capital. Indica el número de pesos que se deben invertir en cantidades uniformes al i (%) de interés, al final de cada año, para acumular \$1. La notación funcional es $(A/F, i \%, N)$. El factor es:

$$\left(\frac{A}{F}, i \%, N\right) = \frac{i}{(1+i)^N - 1} = \frac{A}{F}$$

Factor de recuperación de capital. Indica el número de pesos que se pueden retirar en cantidades iguales al final de cada año, si es depositado inicialmente \$1 a una tasa de interés de i %. La notación es $(A/P, i \%, N)$ y el factor es:

$$\left(\frac{A}{P}, i \%, N\right) = \frac{i(1+i)^N}{(1+i)^N - 1} = \frac{A}{P}$$

Factor de interés compuesto para anualidades. Indica el número de pesos que se pueden acumular, si se invierte \$1 al final de cada año, al i % de interés anual. La notación es $(F/A, i \%, N)$ y el factor es:

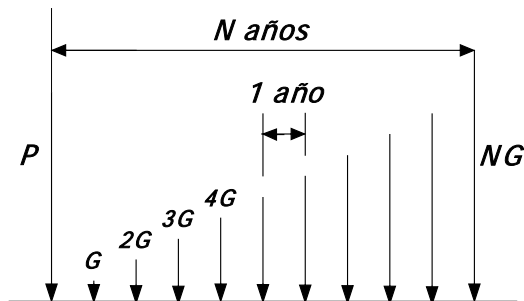
$$\left(\frac{F}{A}, i\%, N\right) = \frac{(1+i)^N - 1}{i} = \frac{F}{A}$$

Factor de valor presente para anualidades. Indica el número de pesos que deben invertirse inicialmente al $i\%$ de interés para retirar \$1 al final de cada uno de N años. La notación es $(P/A, i\%, N)$ y el factor es:

$$\left(\frac{P}{A}, i\%, N\right) = \frac{(1+i)^N - 1}{i(1+i)^N} = \frac{P}{A}$$

c) Factores de serie de gradiente uniforme.

Se utilizan en el caso de que exista un incremento constante durante cada uno de los N años, como se observa en la figura:



Los factores a utilizar son los siguientes:

$$\left(\frac{F}{G}, i\%, N\right) = \frac{(1+i)^{N+1} - (1+Ni+i)}{i^2} = \frac{F}{G}$$

$$\left(\frac{P}{G}, i\%, N\right) = \frac{(1+i)^{N+1} - (1+Ni+i)}{i^2(1+i)^N} = \frac{P}{G}$$

También pueden combinarse:

$$\frac{A}{G} = \left(\frac{P}{G}, i\%, N\right) \left(\frac{A}{P}, i\%, N\right)$$

$$\frac{F}{G} = \left(\frac{P}{G}, i\%, N\right) \left(\frac{F}{P}, i\%, N\right)$$

Con el uso adecuado de estos factores, es posible convertir un flujo de efectivo en equivalencias que permitan comparar alternativas, mediante alguna *técnica de evaluación*. Como herramientas de cálculo se cuenta con tablas en literatura de *ingeniería económica*, calculadoras financieras, software especializado y la hoja de cálculo de *Excel*.

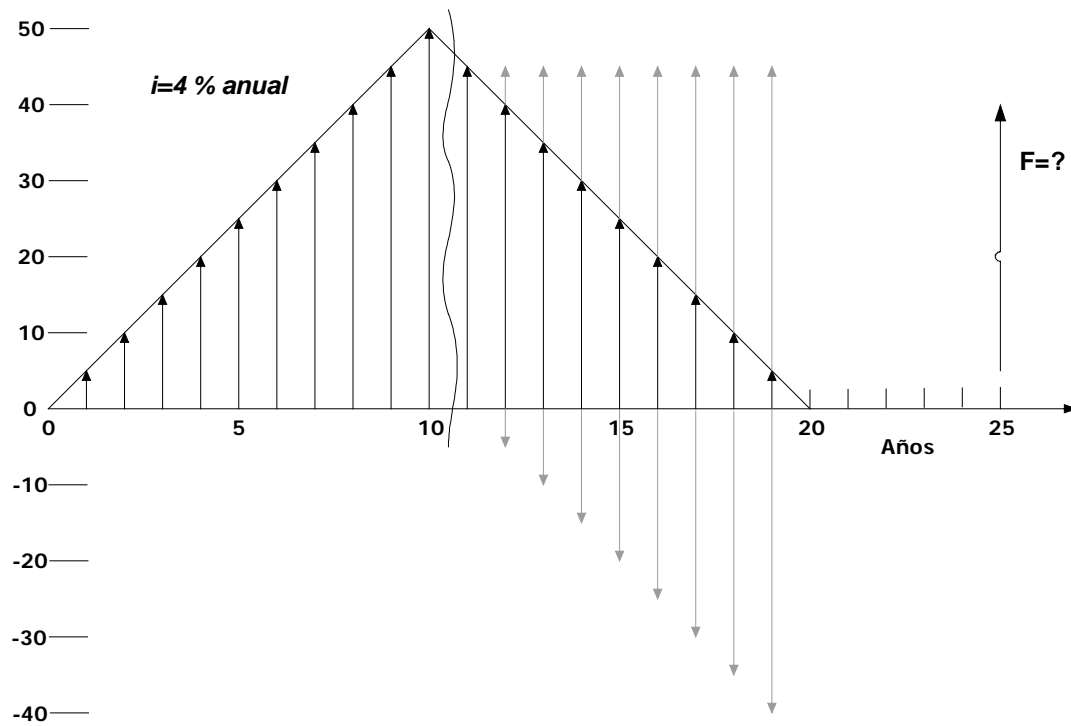
3.2 Ejemplos de aplicación de factores de descuento

Ejemplo 3.1

Un individuo realiza las siguientes inversiones al 4 % e interés anual. ¿Cuánto podrá tener al final del año 25?

Año	Inversión	Año	Inversión	Año	Inversión
1	5	8	40	15	25
2	10	9	45	16	20
3	15	10	50	17	15
4	20	11	45	18	10
5	25	12	40	19	5
6	30	13	35	20-25	0
7	35	14	30		

Diagrama de flujo de efectivo:



- a) Valor presente de la serie 5, 10, . . . , 45, 50 en los años 1 a 10:

$$5\left(\frac{P}{G}, 4\%, 10\right) = 5(41.99225) = \$209.96$$

- b) Más el valor presente de la serie de 45 por año en los años 11 a 19:

$$45\left(\frac{P}{A}, 4\%, 9\right)\left(\frac{P}{F}, 4\%, 10\right) = 45(7.43533)(0.67556) = \$226.04$$

- c) Menos el valor presente de la serie 5, 10, . . . , 35, 40, en los años 12 a 19:

$$5\left(\frac{P}{G}, 4\%, 8\right)\left(\frac{P}{F}, 4\%, 11\right) = 5(28.91333)(0.64958) = -\$93.92$$

Finalmente, la suma de estos tres valores es el valor presente \$342.08, el cual puede ser convertido a un valor único en el año 25:

$$342.08\left(\frac{F}{P}, 4\%, 25\right) = (342.08)(2.66584) = \$911.99$$

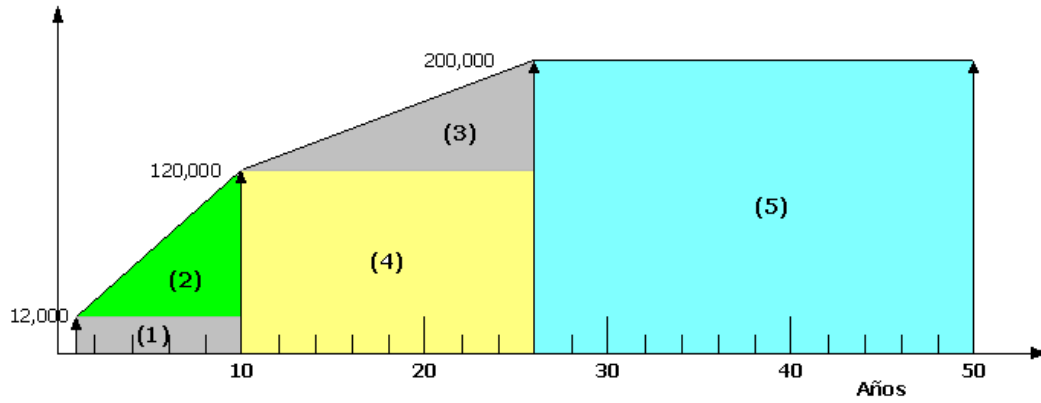
Ejemplo 3.1 Solución con Excel:

Insertar función		Financieras	Fecha y hora	Administra de nombres
Biblioteca de funciones				
C30		fx =+C2+VNA(C29,C3:C22)		
	A	B	C	D
1		Año	Inversión	
2		0	0	
3		1	5	
4		2	10	
5		3	15	
6		4	20	
7		5	25	
8		6	30	
9		7	35	
10		8	40	
11		9	45	
12		10	50	
13		11	45	
14		12	40	
15		13	35	
16		14	30	
17		15	25	
18		16	20	
19		17	15	
20		18	10	
21		19	5	
22		20	0	
23		21		
24		22		
25		23		
26		24		
27		25		
28				
29		tasa	4%	
30		VNA	342.0905	
31			F	911.95722

Ejemplo 3.2

Un proyecto de abastecimiento de agua produce beneficios de \$12,000 en el año 1 y aumenta con un gradiente uniforme hasta \$120,000 en el año 10. Después, se incrementa en otro gradiente uniforme de \$5,000 por año hasta \$200,000 en el año 26, luego se mantiene constante en \$200,000 cada año hasta el año 50. ¿Cuál es el valor presente de estos beneficios al 4 % de interés anual?

Diagrama de flujo de efectivo:



$$\begin{aligned}
 VP &= 12\,000 \left(\frac{P}{A}, 4\%, 10 \right) + 12\,000 \left(\frac{P}{G}, 4\%, 9 \right) \left(\frac{P}{F}, 4\%, 1 \right) + 5\,000 \left(\frac{P}{G}, 4\%, 16 \right) \left(\frac{P}{F}, 4\%, 10 \right) \\
 &+ 120\,000 \left(\frac{P}{A}, 4\%, 16 \right) \left(\frac{P}{F}, 4\%, 10 \right) + 200\,000 \left(\frac{P}{A}, 4\%, 24 \right) \left(\frac{P}{F}, 4\%, 26 \right) \\
 VP &= 12\,000(8.1109) + 12\,000(35.23)(0.9615) + 5\,000(89.396)(0.6756) + 120\,000(11.6523)(0.6756) + \\
 &\quad 200\,000(15.247)(0.3607) \\
 VP &= \$2\,850\,388.072.3
 \end{aligned}$$

4 TÉCNICAS DE EVALUACIÓN

Se denomina así al procedimiento mediante el cual son aplicados sistemáticamente los factores de descuento para comparar alternativas (es posible comparar proyectos diferentes o diferentes tamaños de un mismo proyecto).

Se reconocen cuatro técnicas como las más importantes: (1) el método del **valor presente**, (2) el método de la **tasa interna de retorno**, (3) el método de la relación **beneficio/costo**, y (4) el método del **costo anual**. Cada técnica, si es usada correctamente selecciona la misma alternativa; sin embargo, cada una tiene sus ventajas y desventajas.

4.1 Valor presente

Esta técnica selecciona el proyecto con el mayor valor presente **VP**, descontando la suma algebraica de los beneficios menos costos durante la vida del proyecto:

$$VP = \sum_{t=1}^n \left(\frac{P}{F}, i\%, t \right) (B_t - C_t)$$

Donde C_t es el costo y B_t es el beneficio en el año suscrito, t es el periodo de análisis, en años, e i es la tasa de descuento. El cálculo de **VP**, a partir del diagrama de flujo de efectivo es un proceso mecánico; sin embargo, se pueden seguir las siguientes reglas para comparar los **VP** calculados y hacer la selección correcta:

- 1) Los valores presentes deben estar referidos al mismo tiempo base
- 2) Se debe emplear la misma tasa de descuento
- 3) Los valores presentes deben estar referidos al mismo periodo de análisis
- 4) Se seleccionan las alternativas con **VP** positivo. Se rechaza el resto. Si se trata de *alternativas mutuamente exclusivas*, continuar con:
- 5) Seleccionar la alternativa con el mayor **VP**
- 6) Si las alternativas del conjunto tienen beneficios no cuantificables, pero que son aproximadamente iguales, se selecciona la alternativa de menor costo

Ejemplo 4.1

Una empresa que utiliza una TMAR=10 %, desea seleccionar una de las siguientes alternativas:

Año	Alternativas	
	A	B
0	-\$195	-\$188
1	150	40
2	40	40
3	40	50
4	40	180

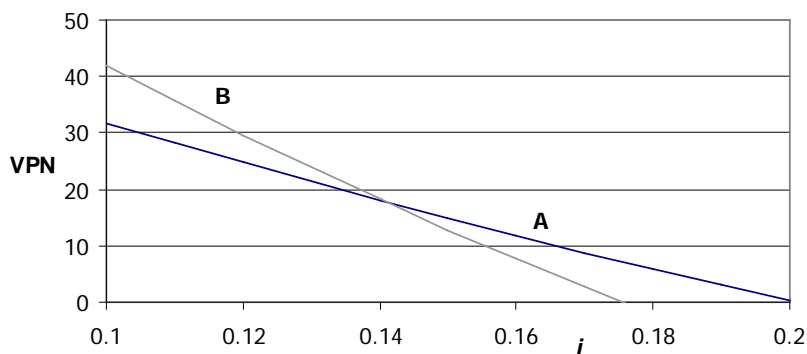
Aplicando el criterio de valor presente:

$$VPN_A = -195 + \frac{150}{1.1} + \frac{40}{1.1^2} + \frac{40}{1.1^3} + \frac{40}{1.1^4} = \$31.79$$

$$VPN_B = -188 + \frac{40}{1.1} + \frac{40}{1.1^2} + \frac{50}{1.1^3} + \frac{180}{1.1^4} = \$41.93$$

La preferencia por la alternativa B es válida sólo para una tasa de 10 %, ya que si se evalúan para diferentes tasas de descuento, esta preferencia cambiará, como puede observarse en la gráfica:

	0.1	0.11	0.12	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
A	31.79461785	28.19692668	24.70825958	18.03972025	14.85130842	11.75481174	8.746494433	5.822811172	2.980395546	0.216049383
B	41.92964961	35.63207778	29.58430732	18.18944617	12.81975122	7.654555969	2.684112733	-2.10077656	-6.7087959	-11.1481481

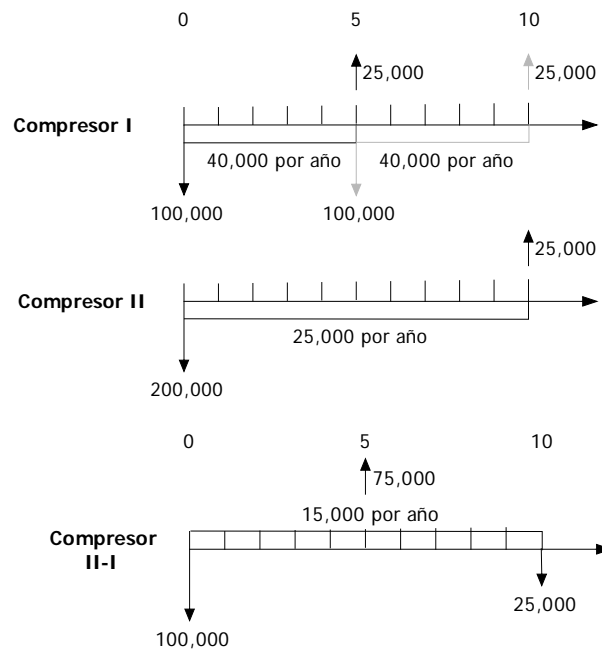


Ejemplo 4.2

Una compañía está analizando la posibilidad de comprar un compresor. Para ello han reunido información de las opciones disponibles en el mercado, con los resultados siguientes:

	Compresor I	Compresor II
Inversión inicial	\$ 100,000	\$ 200,000
Gastos anuales	40,000	25,000
Valor de rescate	25,000	25,000
Vida útil	5 años	10 años

Si la TMAR=20 %, ¿qué alternativa debe ser seleccionada?



$$VP(I) = -100 - 75 \left(\frac{P}{F}, 20\%, 5 \right) - 40 \left(\frac{P}{A}, 20\%, 10 \right) + 25 \left(\frac{P}{F}, 20\%, 10 \right) = -\$293.8$$

$$VP(II) = -200 - 25 \left(\frac{P}{A}, 20\%, 10 \right) + 25 \left(\frac{P}{F}, 20\%, 10 \right) = -\$300.77$$

Se prefiere invertir en dos compresores del tipo I.

Al mismo resultado se llega si se hace el análisis incremental (II-I):

$$VP(II - I) = -100 + 75 \left(\frac{P}{F}, 20\%, 5 \right) + 15 \left(\frac{P}{A}, 20\%, 10 \right) - 25 \left(\frac{P}{F}, 20\%, 10 \right) = -\$11.0$$

Lo cual significa que no se justifica la inversión inicial mayor y se prefieren dos compresores tipo I.

Ejemplo 4.2 Solución con Excel

	A	B	C	D	E	F	G
1	Ejemplo 4						
2		Compresor 1		Compresor 2		Incremental	
3	0	-100		-200		-100	
4	1	-40		-25		15	
5	2	-40		-25		15	
6	3	-40		-25		15	
7	4	-40		-25		15	
8	5	-115		-25		90	
9	6	-40		-25		15	
10	7	-40		-25		15	
11	8	-40		-25		15	
12	9	-40		-25		15	
13	10	-15		0		15	
14							
15	tasa	20%	tasa	20%			
16	VNA	-293.802061751019	VNA	-300.7741625665230	TIR	18%	
17							

Se llega al mismo resultado con valor presente y con la tasa interna de retorno del incremental; en el caso del valor presente se selecciona utilizar dos compresores del tipo1, ya que tiene el mayor VNA y la tasa de retorno incremental es de 18 %, la cual es menor que la tasa del 20 %, por lo que se selecciona la alternativa de menor costo inicial.

4.2 Tasa interna de retorno

La tasa interna de retorno es la tasa de descuento para la cual el valor presente vale *cero*. Su determinación es con *ensayo y error*, por lo que a veces se dificulta su obtención. Las reglas que deben seguirse en el análisis, son las siguientes:

- 1) Comparar todas las alternativas en el mismo periodo de análisis

- 2) Calcular la tasa de retorno para cada alternativa. Seleccionar todas aquellas que tengan una tasa de retorno que excedan al valor mínimo aceptable. Rechazar el resto. Si se trata de un conjunto de *alternativas mutuamente exclusivas*, continuar con:
- 3) Ordenar las alternativas mutuamente exclusivas en orden decreciente de costo inicial. Calcular la *tasa de retorno incremental* con la alternativa que sigue después de la de mayor costo. Seleccionar la de *mayor costo*, si la *tasa de retorno incremental* excede al *valor mínimo aceptable* de la tasa de descuento. De otra manera, seleccionar la de *menor costo*. Se continúa el análisis, comparando sucesivamente con las demás alternativas, hasta obtener una, que se considerará la óptima.

4.3 Relación beneficio/costo

Se representa con VP_B/VP_C donde VP_B es el valor presente de los beneficios y VP_C es el valor presente de los costos. El VP_B del beneficio anual B_t , se puede expresar como:

$$VP_B = \sum_{t=1}^n \left(\frac{P}{F}, i\%, t \right) B_t$$

el valor presente VP_C del costo anual C_t , será:

$$VP_C = \sum_{t=1}^n \left(\frac{P}{F}, i\%, t \right) C_t$$

Las reglas para aplicar el método correctamente son las siguientes:

- 1) Representar las relaciones beneficio/costo empleando la misma tasa de descuento
- 2) Se comparan las alternativas en el mismo periodo de análisis
- 3) Se calculan las relaciones beneficio/costo para todas las alternativas. Seleccionar aquellas que tengan una relación beneficio/costo mayor que la *unidad*. Rechazar el resto. Si es un conjunto de *alternativas mutuamente exclusivas*, se procede con:
- 4) Ordenar las alternativas en orden decreciente de costo. Calcular la relación *beneficio/costo incremental* entre la alternativa de mayor costo y la siguiente. Seleccionar la alternativa de *mayor costo* si la relación *beneficio/costo incremental* excede a la *unidad*. De otra manera,

seleccionar la de *menor costo*. Se continúa el análisis, comparando con las demás alternativas, hasta que finalmente quedará una; ésta será la óptima.

4.4 Costo anual

Este método convierte a todos los beneficios y a todos los costos a un valor equivalente anual. Las reglas para aplicarlo son las siguientes:

- 1) Se debe emplear la misma tasa de descuento
- 2) Todos los costos anuales se refieren al mismo periodo de análisis
- 3) Calcular los beneficios netos anuales para cada alternativa. Seleccionar aquellas alternativas que tengan un *beneficio neto anual positivo*. Rechazar el resto. Si se trata de un conjunto de *alternativas mutuamente exclusivas*, se continúa con:
- 4) Seleccionar aquella que tenga el *mayor beneficio neto anual*
- 5) Si las alternativas tienen beneficios que no pueden ser cuantificables, pero que son aproximadamente iguales, seleccionar la alternativa de *menor costo anual*

4.5 Ejemplos de evaluación

Ejemplo 4.1

Un capital de \$100 millones se invirtió durante 2 años en un negocio de elaboración de muebles, y durante dicho horizonte generó un flujo de efectivo de \$50 millones en el primer año y \$150 millones en el segundo año.

¿Cuál fue la TIR del proyecto?

La expresión del VPN es:

$$VPN = -100 + \frac{50}{(1+i)^1} + \frac{150}{(1+i)^2} = 0$$

Simplificando:

$$i^2 + 1.5i - 1 = 0$$

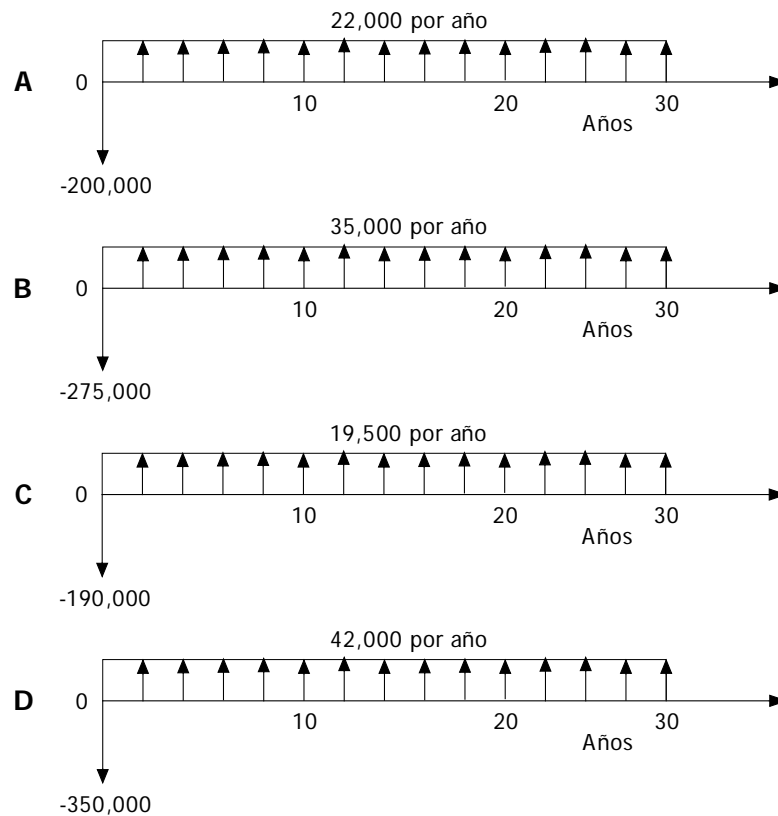
De aquí que: $i=50\%$

Ejemplo 4.2

Se han sugerido cuatro ubicaciones diferentes para un edificio, de las cuales sólo se escogerá una. Los datos de cada sitio se detallan en la tabla. Los flujos anuales de caja varían debido a las diferentes estructuras impositivas, costos de mano de obra, costos de transporte, que hace que se produzcan diferentes ingresos y desembolsos. Si la TMAR es de 10 %, utilizar el análisis de la tasa de retorno incremental para seleccionar la localización del edificio.

	Localización			
	A	B	C	D
Costo de construcción	\$-200,000.	\$-275,000.	\$-190,000.	\$-350,000.
Flujo de caja	+22,000.	+35,000.	+19,500.	+42,000.
Vida útil, años	30	30	30	30

Diagramas de flujo de efectivo:



Cálculo de la TIR de cada uno de los proyectos y su comparación con TMAR=10 %:

$$TIR(A): VP = -200 + 22 \left(\frac{P}{A}, i\%, 30 \right) = 0; \left(\frac{P}{A}, i\%, 30 \right) = \frac{200}{22} = 9.09; i \text{ está entre } 10\% \text{ y } 11\%$$

Se acepta para el análisis ya que TMAR=10%.

$$TIR(B): VP=-275+35\left(\frac{P}{A}, i \%, 30\right)=0; \left(\frac{P}{A}, i \%, 30\right)=\frac{275}{35}=7.857; i \text{ está entre } 12 \% \text{ y } 13 \%$$

Se acepta para el análisis ya que TMAR=10%.

$$TIR(C): VP=-190+19.5\left(\frac{P}{A}, i \%, 30\right)=0; \left(\frac{P}{A}, i \%, 30\right)=\frac{190}{19.5}=9.743; i \text{ está entre } 9 \% \text{ y } 10$$

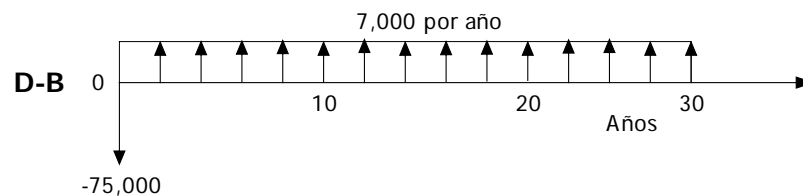
%, se rechaza para el análisis ya que TMAR=10%.

$$TIR(D): VP=-350+42\left(\frac{P}{A}, i \%, 30\right)=0; \left(\frac{P}{A}, i \%, 30\right)=\frac{350}{42}=8.33; i \text{ está entre } 11 \% \text{ y } 12 \%$$

Se acepta para el análisis ya que TMAR=10%.

Las alternativas viables son: A, B, D que ordenadas en orden decreciente de inversión inicial: **D, B, A.**

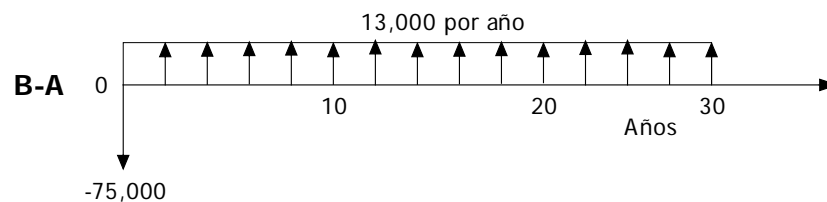
Análisis incremental D-B:



$$TIR(D-B): VP=-75+7\left(\frac{P}{A}, i \%, 30\right)=0; \left(\frac{P}{A}, i \%, 30\right)=\frac{75}{7}=10.714; i \text{ está entre } 8 \% \text{ y } 9 \%$$

La TIR incremental es menor que la TMAR=10 %, por lo que se acepta la de menor costo: **B.**

Análisis incremental B-A:



$$TIR(B-A): VP=-75+13\left(\frac{P}{A}, i \%, 30\right)=0; \left(\frac{P}{A}, i \%, 30\right)=\frac{75}{13}=5.769; i \text{ está entre } 17 \% \text{ y } 18 \%$$

La TIR incremental es mayor que la TMAR=10 %, por lo que se acepta la de mayor costo (**B**) que supera a todas las demás.

Ejemplo 4.2 Solución con Excel

TIR					Análisis Incremental	Análisis Incremental	
	Año	Proyecto A	Proyecto B	Proyecto C	Proyecto D	D-B	B-A
	0	-200000	-275000	-190000	-350000	-75000	-75000
	1	22000	35000	19500	42000	7000	13000
	2	22000	35000	19500	42000	7000	13000
	3	22000	35000	19500	42000	7000	13000
	4	22000	35000	19500	42000	7000	13000
	5	22000	35000	19500	42000	7000	13000
	6	22000	35000	19500	42000	7000	13000
	7	22000	35000	19500	42000	7000	13000
	8	22000	35000	19500	42000	7000	13000
	9	22000	35000	19500	42000	7000	13000
	10	22000	35000	19500	42000	7000	13000
	11	22000	35000	19500	42000	7000	13000
	12	22000	35000	19500	42000	7000	13000
	13	22000	35000	19500	42000	7000	13000
	14	22000	35000	19500	42000	7000	13000
	15	22000	35000	19500	42000	7000	13000
	16	22000	35000	19500	42000	7000	13000
	17	22000	35000	19500	42000	7000	13000
	18	22000	35000	19500	42000	7000	13000
	19	22000	35000	19500	42000	7000	13000
	20	22000	35000	19500	42000	7000	13000
	21	22000	35000	19500	42000	7000	13000
	22	22000	35000	19500	42000	7000	13000
	23	22000	35000	19500	42000	7000	13000
	24	22000	35000	19500	42000	7000	13000
	25	22000	35000	19500	42000	7000	13000
	26	22000	35000	19500	42000	7000	13000
	27	22000	35000	19500	42000	7000	13000
	28	22000	35000	19500	42000	7000	13000
	29	22000	35000	19500	42000	7000	13000
	30	22000	35000	19500	42000	7000	13000
TIR		10.441%	12.339%	9.609%	11.548%	8.533%	17.184%
			Se elimina alternativa C			Gana B Pierde D	Gana B Pierde A

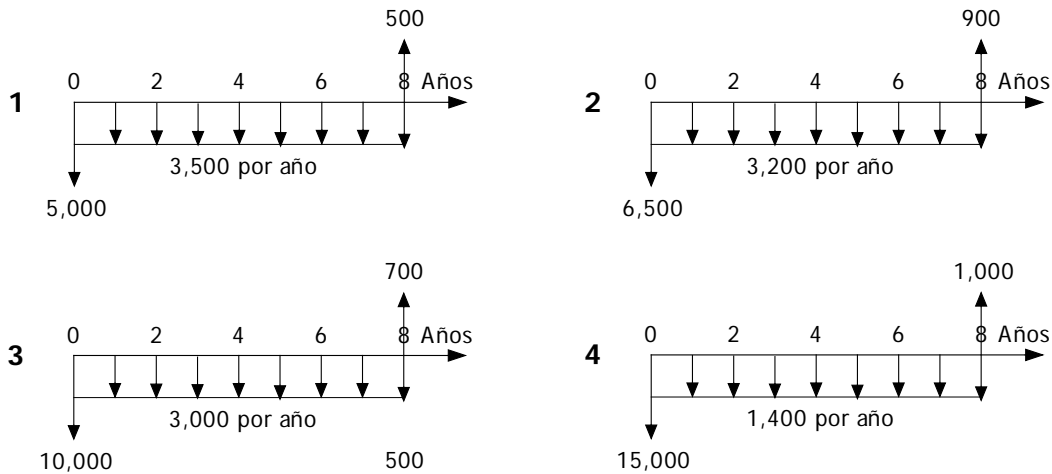
El análisis incremental indica que la mejor alternativa es B

Ejemplo 4.3

Es posible utilizar cuatro tipos de máquinas para realizar una operación. Los costos de cada máquina se muestran en la tabla. Determinar cuál máquina debe seleccionarse si la TMAR de la compañía es de 13.5 % anual. Utilizar el criterio de beneficio/costo.

	Máquina			
	1	2	3	4
Costo inicial	\$-5,000.	\$-6,500.	\$-10,000.	\$-15,000.
Costo anual de operación	-3,500.	-3,200.	-3,000.	-1,400.
Valor de rescate	+500.	+900.	+700.	+1,000.
Vida útil, años	8	8	8	8

Los diagramas de flujo de efectivo

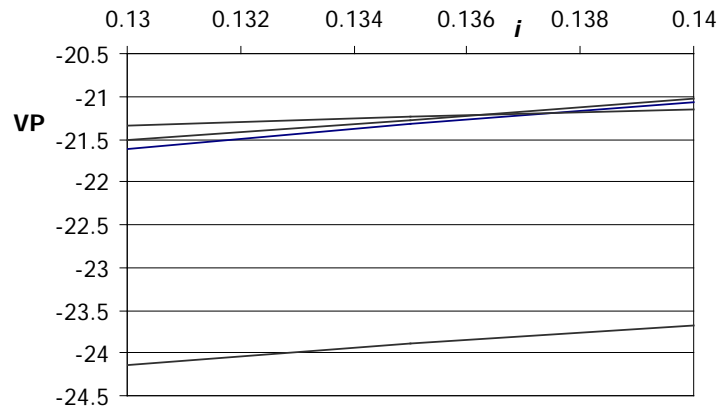


La expresión del VP para cualquiera de las alternativas es

TIR: $VP = -\text{Costo inicial} - \text{Costo anual} \left(\frac{P}{A}, i\%, 8 \right) + \text{Valor de rescate} \left(\frac{P}{F}, i\%, 8 \right) = 0$; en la tabla siguiente se muestran los valores de VP para algunos valores de i :

	$P/A, i\%, 8$			$P/F, i\%, 8$			VP		
	0.13	0.135	0.14	0.13	0.135	0.14	0.13	0.135	0.14
1	4.79877029	4.7177353	4.63886389	0.37615986	0.36310573	0.35055905	-21.607616	-21.330521	-21.060744
2							-21.517521	-21.269958	-21.028861
3							-24.132999	-23.899032	-23.6712
4							-21.342119	-21.241724	-21.14385

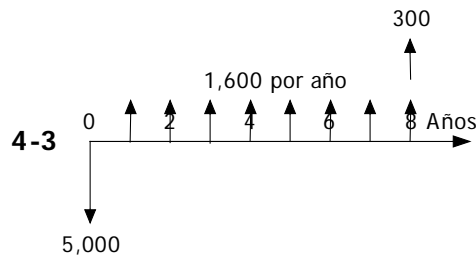
Al hacer una gráfica para representar los valores de VP vs valores de i, se observa que las cuatro propuestas tienen una TIR mayor que la TMAR:



De acuerdo con la técnica, todas las alternativas deben considerarse en el análisis incremental:

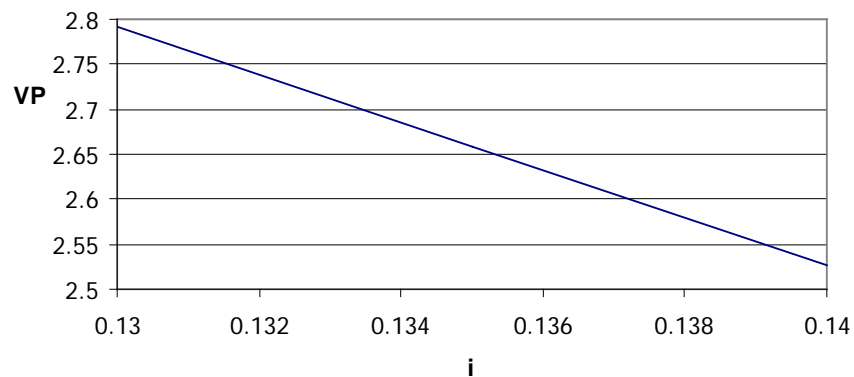
4-3-2-1

Análisis incremental 4-3:



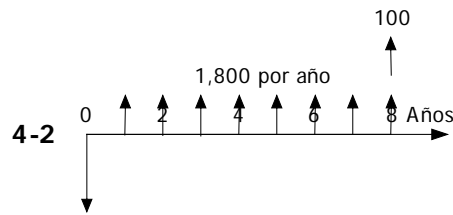
$$TIR(4-3): VP = -5 + 1.6 \left(\frac{P}{A}, i\%, 8 \right) + 0.3 \left(\frac{P}{F}, i\%, 8 \right)$$

	P/A, i %, 8			P/F, i %, 8			VP		
	0.13	0.135	0.14	0.13	0.135	0.14	0.13	0.135	0.14
4 con 3	4.79877029	4.7177353	4.63886389	0.37615986	0.36310573	0.35055905	2.79088043	2.6573082	2.52734995



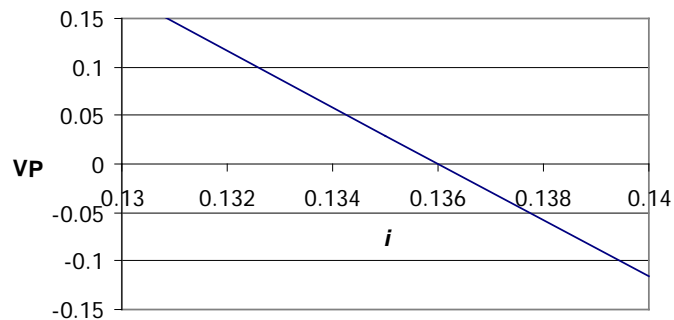
De la figura, se infiere que la tasa incremental es mayor que TMAR=13.5 %, por lo que se prefiere a la de mayor costo inicial, 4 y se elimina a 3.

Análisis incremental 4-2:



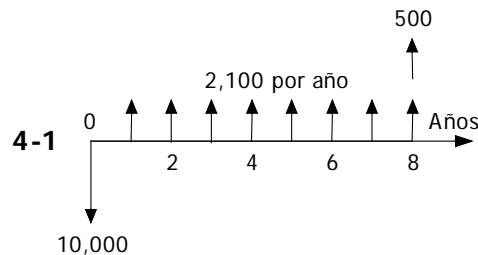
$$TIR(4-2): VP = -8.5 + 1.8 \left(\frac{P}{A}, i\%, 8 \right) + 0.1 \left(\frac{P}{F}, i\%, 8 \right)$$

	P/A, i %, 8			P/F, i %, 8			VP		
	0.13	0.135	0.14	0.13	0.135	0.14	0.13	0.135	0.14
4 con 2	4.79877029	4.7177353	4.63886389	0.37615986	0.36310573	0.35055905	0.17540252	0.02823411	-0.1149891



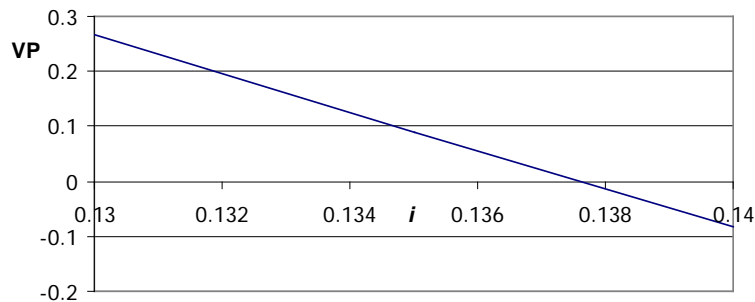
La tasa incremental es mayor que TMAR=13.5 %, por lo que se prefiere la de mayor costo inicial, 4 y se elimina a 2.

Análisis incremental 4-1:



$$TIR(4-1): VP = -10 + 2.1 \left(\frac{P}{A}, i\%, 8 \right) + 0.5 \left(\frac{P}{F}, i\%, 8 \right)$$

	P/A, i %, B			P/F, i %, B			VP		
	0.13	0.135	0.14	0.13	0.135	0.14	0.13	0.135	0.14
4 con 1	4.79877029	4.7177353	4.63886389	0.37615986	0.36310573	0.35055905	0.26549755	0.088797	-0.0831063



Ejemplo 4.4

Una compañía está analizando cinco alternativas con las cuales se puede realizar un trabajo. El valor de rescate de cada alternativa se estima después de 5 años de vida en 100 % de su inversión original. Si la TREMA de esta compañía es de 25 %, ¿qué alternativa debe ser seleccionada?

	A	B	C	D	E
Inversión inicial	\$10,000	\$12,000	\$15,000	\$20,000	\$30,000
Ingresos netos/año	2,000	3,000	3,500	5,500	7,500

Solución con Excel:

TREMA=25 %

	Análisis incremental								
	A	B	C	D	E	E-D	D-C	D-B	D-A
0	-10,000	-12,000	-15,000	-20,000	-30,000	-10,000	-5,000	-8,000	-10,000
1	2,000	3,000	3,500	5,500	7,500	2,000	2,000	2,500	3,500
2	2,000	3,000	3,500	5,500	7,500	2,000	2,000	2,500	3,500
3	2,000	3,000	3,500	5,500	7,500	2,000	2,000	2,500	3,500
4	2,000	3,000	3,500	5,500	7,500	2,000	2,000	2,500	3,500
5	12,000	15,000	18,500	25,500	37,500	12,000	7,000	10,500	13,500

TIR 0.20 0.40 0.31 0.35
 GANA D GANA D GANA D GANA D

5 EVALUACIÓN CON MULTIOBJETIVOS

5.1 Electre I

Es una técnica que permite analizar diversos cursos de acción o soluciones cuando hay más de una manera de evaluarlos. Aunque existen algunas otras técnicas alternativas, las características que la técnica *Electre* posee, la hacen sumamente atractiva para quienes desean evaluar y seleccionar un conjunto de alternativas. *Electre* se basa en la comparación de parejas de soluciones. Este principio se tomó de la regla expresada en el siglo XVIII por el filósofo francés, el Marqués de Condorset que dice:

Cuando una acción A es mejor que una B en la mayoría de los criterios de decisión y además no existe un criterio para el cual A es claramente peor que B, entonces se puede decir sin riesgo alguno, que A es mejor que B, o en otras palabras, que A domina a B, o bien, B está sobreordenada a A.

Fue hasta 1966 cuando *Benayoun* plantea formalmente la técnica denominada *ELECTRE* (*Elimination Et Choix Traduisant la Réalité*), Eliminación y Selección Traduciendo la Realidad.

La técnica utiliza información objetiva o subjetiva para evaluar simultáneamente un conjunto de soluciones A bajo diversos criterios de evaluación I, que pueden ser homogéneos, heterogéneos, cuantificables, cualificables o mezcla de ellos. Mediante relaciones de preferencia (sobreclasificación) se comparan las evaluaciones parciales y se identifica(n) la(s) mejor(es) solución(es).

Procedimiento

- 1 Definición del problema, identificando:
 - a) El conjunto A de las a_i soluciones a considerar
 - b) Los criterios I_j de evaluación: político, social, ambiental, económico, etc.
 - c) Los pesos W_j asociados a cada uno de los criterios y sus escalas de evaluación cualitativas o cuantitativas. Hay que recordar que no todos los aspectos son tangibles como para ser reducidos a un número: impacto político, impacto ambiental, etc. En cambio, la rentabilidad económica, financiera, etc. Si son precisados en cifras. Asimismo, para la valoración de soluciones, no todos los criterios necesariamente tienen el mismo peso específico para el decidor, por lo que habrá que asignarles valor
- 2 Construcción y llenado de la matriz de soluciones-criterios

La evaluación e_{ij} para cada una de las soluciones a_i bajo los diversos criterios I_j se obtendrá mediante estudios objetivos y/o de la opinión de expertos.

3 Generación de la matriz de concordancia $C=c(a_k, a_l)$

Esta matriz presenta qué tanto *acuerdo* hubo en las evaluaciones de las soluciones.

4 Generación de la matriz de discordancia $D=d(a_k, a_l)$

Esta matriz presenta qué tanto *desacuerdo* hubo en las evaluaciones de las soluciones.

5 se procede a ordenar el conjunto A mediante la utilización de relaciones de sobreclasificación entre las diversa opciones, definiendo los parámetros de concordancia p y de discordancia q , asociándolo a un grafo paramétrico $G(p, q)=(A, U_{(p, q)})$

Planteamiento del problema

Se desea priorizar un conjunto finito de soluciones A mediante un conjunto de criterios I mutuamente exclusivos y exhaustivos, a partir de un conjunto de evaluaciones E como lo muestra la matriz siguiente:

		Criterios				
		I_1	...	I_j	...	I_n
Soluciones	a_1					
	.					
	.					
	a_k			e_{kj}		
	a_l			e_{lj}		

Para cada criterio de evaluación I_j se puede asociar un grafo $G_j=(A, U_j)$, en el cual los nodos están formados por los elementos de A y el conjunto de arcos U_j está definido por la siguiente condición de preferencia:

Las evaluaciones serán comparadas por pares de acuerdo a cada criterio; para dos opciones a_k, a_l que son evaluadas por medio del criterio I_j , se prefiere la alternativa a_k sobre la alternativa a_l , sí y sólo sí:

$$E_{kj}(a_k) \geq e_{lj}(a_l)$$

Condición de concordancia: medida ordinal

A continuación se calculan las concordancias (acuerdos) entre las diversas soluciones y bajo los criterios establecidos. Los resultados se llevan a una matriz, llamada de *concordancia* y se calculan con la siguiente expresión:

$$C_{kl} = \frac{\sum_{j=1}^n \Pi_{kl} W_j}{\sum_{j=1}^n W_j}$$

Donde:

$W_j = (W_1, W_2, \dots, W_n)$ es el vector de pesos que refleja la importancia o peso específico de cada criterio de evaluación.

Π_{kl} es un parámetro de impacto: será 1 si $e_{kj} \geq e_{lj}$, será 0 si $e_{lj} > e_{kj}$.

Realizando lo anterior se genera la matriz de concordancia $C = c(a_k, a_l)$.

Condición de discordancia: medida cardinal

Se calculan las discordancias (desacuerdos) entre las diversas soluciones. Esto es, donde no hubo acuerdo ($e_{lj} > e_{kj}$). Los resultados se llevan a una matriz, llamada de *discordancia* y se calculan con la siguiente expresión:

$$D_{kl} = \frac{\max(e_{lj} - e_{kj})}{d} \quad k \neq l$$

Donde:

$\max(e_{lj} - e_{kj})$ es el máximo intervalo de las evaluaciones en que $e_{lj} > e_{kj}$ (donde no hubo acuerdo).

d es el rango máximo de las escalas asociadas a los criterios de evaluación.

Realizando lo anterior se genera la matriz de discordancia $D = d(a_k, a_l)$.

Análisis de relaciones de sobreclasificación

A continuación se hace un análisis de sobreclasificación utilizando la información de las matrices de *concordancia* y *discordancia* y empleando el siguiente criterio:

$a_k \succ a_i$ indica que a_k está sobreclasificado con respecto a a_i , o que a_k domina a a_i .

Entonces, (a_k domina a a_i), $a_k \succ a_i$ si existe $p, q \in [0,1]$ tal que $C(a_k, a_i) \geq p$ y $D(a_k, a_i) < q$

Donde:

P es el parámetro de concordancia y q es el parámetro de discordancia, definidos arbitrariamente en $[0,1]$. En algunas ocasiones se maneja que el umbral de concordancia de p varía de 0.5 a 1.0, siendo más severo en su aproximación a 1; y que el umbral de discordancia q es más severo cuando se aproxima a 0. Un perfecto resultado para la concordancia es 1; un fatal resultado para la discordancia es 1.

Se dice que a_k^* es la mejor opción, si dados los números p y $q \in [0,1]$ sucede que :

- ninguna opción domina a a_k^*
- y para toda $a \in A, a \neq a_k^*$ existe $a' \succ a$ en el sentido de *Electre I*

Es conveniente señalar el papel que desempeñan los parámetros p y q en el proceso. Existe gran paralelismo con la evaluación financiera de proyectos; para la aplicación de la técnica del VPN se determina una tasa apropiada de descuento que haga conmensurables los flujos de efectivo correspondientes a diferentes periodos. Esta tasa es externa al proyecto y generalmente se determina en función del uso alternativo que se le puede dar al dinero; sin embargo, en ocasiones está representada por el costo del capital para el inversionista, lo que marca una cota mínima y otra máxima. Si $VPN > 0$ el proyecto es atractivo, si $VPN \leq 0$ el proyecto es indeseable.

La función de la tasa de descuento es la misma que la de los parámetros p y q . Es como cribar los proyectos o soluciones, y su variación, la de ir cerrando o abriendo la trama. Asimismo, la elección de los parámetros p y q es arbitraria dentro del intervalo señalado.

El resultado de aplicar las relaciones de sobreclasificación es conocer qué tanto una solución domina a otra o qué tanto es dominada. Estos resultados se representan gráficamente mediante la construcción de un grafo paramétrico para cada par de valores p y q. Finalmente se puede construir un grafo síntesis para ver objetivamente las relaciones de dominación entre las soluciones.

Ejemplo 5.1

Se pretende seleccionar una entre seis soluciones que han sido evaluadas según cinco criterios. Las calificaciones para los criterios 2 a 5 se presentan conforme a las notas: *malo*, *pasable*, *neutro*, *bueno* y *muy bueno*.

Suponer que a los criterios de evaluación se les asocian las escalas siguientes:

- Criterio 1; su escala variará de 1 a 10
- Criterios 2 y 3: M=0, P=5, N=10, B=15 y MB=20
- Criterios 4 y 5; M=4, P=7, N=10, B=13 y MB=16

Si la matriz de evaluación original es:

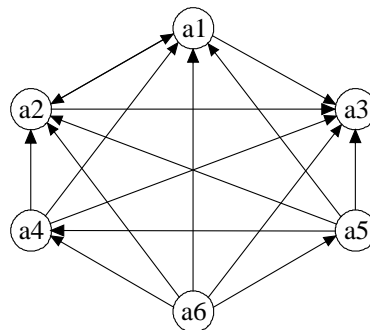
		Criterios				
		1	2	3	4	5
Opciones	a1	5	MB	P	N	MB
	a2	1	P	P	MB	N
	a3	1	N	M	MB	P
	a4	10	P	N	N	N
	a5	10	N	B	N	B
	a6	10	N	MB	B	B

La matriz de evaluación es:

		Criterios				
		1	2	3	4	5
Opciones	a1	5	20	5	10	16
	a2	1	5	5	16	10
	a3	1	10	0	16	7
	a4	10	5	10	10	10
	a5	10	10	15	10	13
	a6	10	10	20	13	13

La función de pesos es: $W = \{w_1, w_2, w_3, w_4, w_5\} = \{3, 2, 3, 1, 1\}$, donde cada valor w corresponde al peso asignado a cada criterio de evaluación; así, se indica que se está asignando mayor peso a los criterios 1 y 3 (valor de 3), siguiendo en importancia el criterio 2 (valor de 2) y en menor importancia los criterios 4 y 5 (valor de 1). La suma de ellos es 10 por facilidad de cálculo.

Con base en la matriz de evaluación, se pueden construir los grafos de preferencia asociados a cada criterio de evaluación; por ejemplo, el grafo asociado al criterio 3, sería:



Grafo del criterio 3

Este análisis permite observar por separado las relaciones de las soluciones A bajo un cierto criterio, lo cual ayuda en el análisis global de las soluciones.

Cálculo de la matriz de concordancia

Como se observa en la sección anterior, la expresión para calcular la matriz de concordancia es:

$$C_{kl} = \frac{\sum_{j=1}^n \prod_{kl} W_j}{\sum_{j=1}^n W_j}$$

por ejemplo, el cálculo del elemento $C_{12} = c(a1, a2)$ de la matriz de concordancia sería:

$$c(a1, a2) = \frac{[1(3) + 1(2) + 1(3) + 0(1) + 1(1)]}{10}$$

$$c(a1, a2) = 0.90$$

Cálculo de la matriz de discordancia

Su expresión es:

$$D_{kl} = \frac{\max(e_{lj} - e_{kj})}{d}$$

por ejemplo, el cálculo del elemento $D_{12} = d(a1, a2)$ de la matriz de discordancia sería:

$$d(a1, a2) = \frac{(16-10)}{20}$$

$$d(a1, a2) = 0.30$$

En lo que sigue se presentan los pesos de los criterios y las tres matrices: de evaluación, de concordancia y de discordancia del ejemplo:

Matriz de evaluación

		<i>Peso de los criterios</i>				
		3	2	3	1	1
		Criterios				
		1	2	3	4	5
Opciones	a1	5	20	5	10	16
	a2	1	5	5	16	10
	a3	1	10	0	16	7
	a4	10	5	10	10	10
	a5	10	10	15	10	13
	a6	10	10	20	13	13

Matriz de concordancia

	a1	a2	a3	a4	a5	a6
a1	-	0.40	0.10	0.70	0.70	0.70
a2	0.90	-	0.60	0.90	0.90	0.90
a3	0.90	0.80	-	0.70	0.90	0.90
a4	0.40	0.40	0.30	-	1.00	1.00
a5	0.40	0.10	0.30	0.40	-	1.00
a6	0.30	0.10	0.30	0.30	0.60	-

Matriz de discordancia

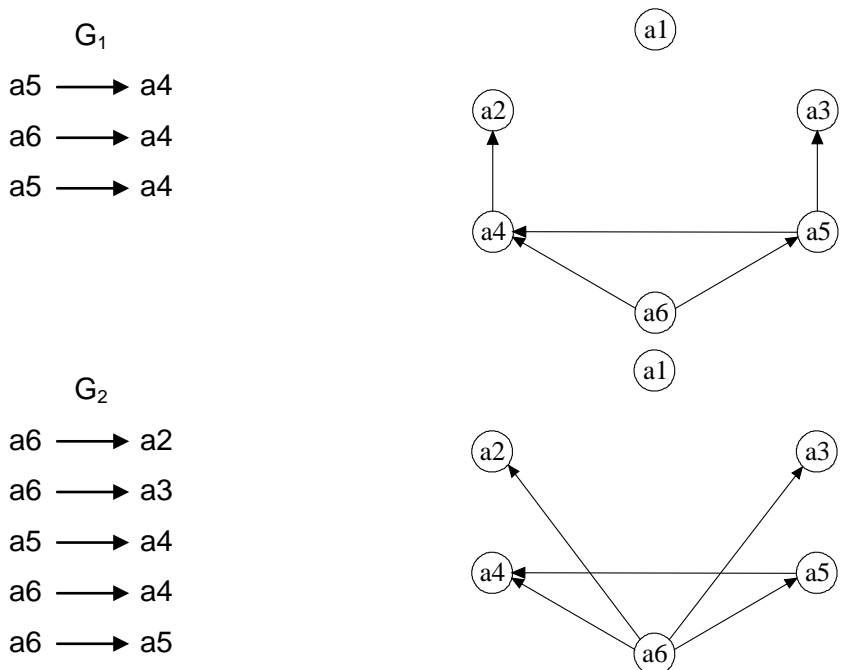
	a1	a2	a3	a4	a5	a6
a1	-	0.75	0.50	0.75	0.50	0.50
a2	0.30	-	0.25	0.30	0.30	0.15
a3	0.30	0.25	-	0.30	0.30	0.15
a4	0.25	0.45	0.50	-	0	0
a5	0.50	0.50	0.75	0.25	-	0
a6	0.75	0.75	1.00	0.50	0.25	-

Relaciones de sobreclasificación

Considerando en el ejemplo tres intervalos de valores para los parámetros p y q como se indica:

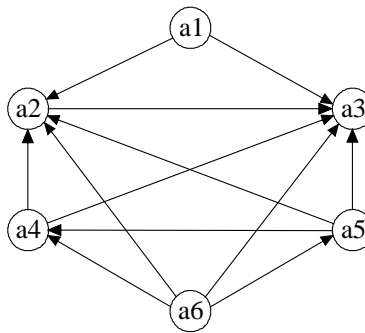
	p	Q
$G_1(p, q)$	0.90	0.15
$G_2(p, q)$	0.90	0.30
$G_3(p, q)$	0.70	0.50

Es posible construir los grafos paramétricos correspondientes, analizando las matrices de concordancia y discordancia; estableciendo las relaciones de sobreclasificación o las veces que cada alternativa *domina* o es *dominada*:



G_3

- a1 → a2
- a4 → a2
- a5 → a2
- a6 → a2
- a1 → a3
- a2 → a3
- a4 → a3
- a5 → a3
- a6 → a3
- a5 → a4
- a6 → a4
- a6 → a5



Con la información que aportan los grafos de sobreclasificación, se puede elaborar la siguiente tabla que contiene los resultados de la evaluación:

p, q	Número de soluciones que:				Jerarquización
	domina		es dominada		
0.90-0.15 0.90-0.30 0.70-0.50	a1	2	a1	0	a6
	a2	1	a2	5	a5
	a3	0	a3	0	a1
	a4	2	a4	7	a4
	a5	6	a5	2	a2
	a6	9	a6	0	a3

De esta manera se puede asegurar que la alternativa a6 es superior a todas las demás, al considerar cinco criterios de evaluación simultáneamente.

Una limitante de la técnica debido a la subjetividad, radica en la asignación de los pesos específicos de los criterios y en la determinación de las evaluaciones.

En la evaluación de proyectos existen dos problemas muy fuertes que no soluciona *Electre I*; el del empate en los proyectos y el de agregar detalles finos en la selección para incrementar su grado de confiabilidad.

BIBLIOGRAFÍA

- 1 Ackoff, Russell L., 1996
Rediseñando el Futuro
Editorial Limusa, México.

- 2 Blank, Leland T.; Tarquin, Anthony J., 1991
Ingeniería Económica
McGraw-Hill Interamericana S. A. de C. V.

- 3 Coss Bu, Raúl; 1996
Análisis y Evaluación de proyectos de Inversión
Editorial Limusa, S. A. de C. V.

- 4 Cissell, Robert; Cissell, Helen; C. Flaspohler, David; 1995
Matemáticas Financieras
Compañía Editorial Continental, S. A. de C. V.

- 5 J. Ritz, George;
Total Construction Project Management
McGraw-Hill, inc.

- 6 Steiner, George A.; 1999
Planeación Estratégica
Compañía Editorial Continental, S. A. de C. V.

- 7 Thuesen, H. G.; Fabricky, W. J.; Thuesen, G. J.; 1986
Ingeniería Económica
Prentice Hall Hispanoamericana, S. A.