

## REVISIÓN DE LA GÉNESIS DE LOS NÚMEROS COMPLEJOS EN EL PROCESO ENSEÑANZA-APRENDIZAJE EN EL NIVEL SUPERIOR

Hipólito Hernández Pérez<sup>1</sup>, Greysi Crystabel Gutiérrez Vázquez<sup>2</sup>

### RESUMEN

*En el presente trabajo se revisó algunas de las dificultades de aprendizaje que hoy en día se presentan con el concepto de número complejo en los estudiantes del nivel universitario, partimos del supuesto que algunas de estas dificultades están presentes en la misma construcción de los mismos, para ello realizamos una revisión de las investigaciones realizadas y la génesis de los números complejos en sus diferentes representaciones: algebraica, analítica, geométrica. Estas dificultades e inconsistencias identificadas en la historia, probablemente tengan paralelismo con las que los estudiantes se enfrentan actualmente. La finalidad de este análisis de las dificultades del aprendizaje de los números complejos es con la intención de generar diseños didácticos enfocados en el uso de estos números en las aplicaciones de problemas de ingenierías.*

**Palabras clave:** Número complejo, aprendizaje, dificultades.

### ABSTRACT

In the present work we review some of the learning difficulties presented today with the concept of complex numbers in students at university level, we assume that some of these difficulties are present in the same construction of the same, We perform a review of Las Investigations carried out and the genesis of complex numbers in their different representations: algebraic, analytical, geometric. These difficulties and inconsistencies identified in the story probably have parallels with what students are currently facing. The purpose of this analysis of the learning difficulties of complex numbers is with the intention of generating didactic designs focused on the use of these numbers in the applications of engineering problems.

**Keywords:** Complex number, learning, difficulties.

### INTRODUCCIÓN

En los contenidos de los programas de estudios de la carrera de ingeniería, por ejemplo álgebra lineal, ecuaciones diferenciales, circuitos electrónicos y control, se abordan los números complejos o bien las funciones complejas y se usan al estudiar las oscilaciones o movimientos que se repiten de forma periódica, en el potencial complejo o impedancia compleja en ingeniería hidráulica o mecánica de fluidos y en impedancia compleja en la carrera de ingeniería eléctrica o electrónica.

En el presente trabajo se hizo una revisión de investigaciones de las dificultades de aprendizaje del concepto de número complejo de los estudiantes del nivel universitario, se inicia con el supuesto que algunas de estas dificultades están presentes en la misma construcción de los mismos, para ello se rea-

<sup>1</sup>Profesor-investigador, Facultad de Ingeniería- Universidad Autónoma de Chiapas. Email: polito\_hernandez@hotmail.com.

<sup>2</sup>Estudiante de la Especialidad en Didáctica de las Matemáticas de la Facultad de Ingeniería- UNACH. Email: greysi\_0226@hotmail.com

lizó un análisis histórico-epistemológico de los números complejos en sus diferentes representaciones: algebraica, analítica, geométrica. Estas dificultades e inconsistencias identificadas en la historia, probablemente tengan paralelismo con las que los estudiantes se enfrentan actualmente. Por lo tanto, Iniciamos con el planteamiento de las siguientes preguntas:

¿Cuáles son las principales dificultades de aprendizaje del concepto de número complejo?

¿Estas dificultades están favorecidas por la consecuencia directa de la complejidad propia de los números complejos?

Se abordan a estas preguntas usando el marco teórico de la Socioepistemología y aspectos metodológicos de la Ingeniería Didáctica, partimos con el análisis epistemológico de la génesis de los números complejos y sus dificultades e inconsistencias conceptuales y algorítmicas, con la intención que el docente identifique dicha problemática y así marque pautas en el proceso de aprendizaje. Esta teoría centra la atención en la caracterización de aquello que permite la construcción, enseñanza y aprendizaje del conocimiento matemático en este caso los números complejo. Se asume al saber cómo construcción social del conocimiento, estando de forma articulada con sus cuatro dimensiones: epistemológico, didáctico, social, cognitivo (Cantoral 2013).

## DESARROLLO

En la revisión de la investigación de: Antonio (2008), Gómez y Pardo (2005) y Bagni, (2001) los estudiantes de nivel superior presentan dificultades en el momento de realizar operaciones con los números complejos. Estas dificultades se repiten comúnmente día a día en los estudiantes, pero no son recientes, en años antaños en la génesis de los números complejos, también existieron y vivieron un proceso de aceptación para la comunidad científica de ese momento. Estos "errores" son históricos y actualmente se reproducen de generación en generación.

Actualmente los estudiantes presentan dificultades e inconsistencias al operar con los números complejos, Gómez y Pardo (2005) mencionan los siguientes "no tener en cuenta las soluciones de un problema del campo complejo, creer que el logaritmo de un número negativo no existe, o extender los algoritmos de los reales a los complejos", es decir, al

ordenarlos y en la multiplicación; utilizan las propiedades de los números reales.

Hoy en día estas dificultades se siguen presentando en el proceso enseñanza aprendizaje de los números complejos en la escuela. A partir de la revisión de la génesis de los números complejos, podemos señalar que son las mismas dificultades a las que se enfrentaron los matemáticos al intentar comprender y aceptar a dichos números.

Pero la enseñanza de estos números presenta puntos frágiles que pueden llegar a afectar la comprensión conceptual y procedimental de los estudiantes.

A lo largo de la historia se identifican cuatro grandes etapas, caracterizadas por los cambios observados en las concepciones epistemológicas de los números complejos (Gómez y Pardo, 2005). Las cuales son:

**Algebraica.** Las primeras apariciones de las raíces cuadradas de cantidades negativas, consideradas como raíces inútiles, aunque coherentes con los métodos algebraicos. Aquí, los números imaginarios se presentan como necesidad del cálculo algebraico.

**Analítica.** La aceptación y generalización del uso de las expresiones imaginarias gracias al desarrollo del análisis infinitesimal, consideradas como cantidades que por su naturaleza son imposibles, ya que no se pueden ubicar entre los números posibles: positivos, negativos, o nulos. Aquí emerge la idea de que un número imaginario es media proporcional entre dos reales de signo contrario.

**Geométrica.** La introducción de un eje de imaginarios que tiene asociado  $\sqrt{-1}$  como unidad perpendicular a 1 y consideración de los imaginarios como vectores del plano. Así, en el plano de ejes real e imaginario, un vector queda representado por  $a+bi$ ; y  $\sqrt{-1}$  actúa como rotación de  $90^\circ$  alrededor de 0, es decir como un signo o índice de perpendicularidad.

**Formal.** La formalización de los números complejos y consideración de los mismos como pares ordenados de números reales.

Por lo tanto, la revisión de las investigaciones y la génesis de los números complejos es a partir de las relaciones de las figuras epistemológicas y la ciencia, el análisis de la episteme (conocimiento matemático) entendido como el conjunto de las relaciones que pueden unir en una época determinada y las prácticas sociales que dan lugar a unas figuras epistemológicas a unas ciencias.

## MARCO TEÓRICO

Consideramos que la educación matemática es un término que se refiere tanto al aprendizaje, como a la práctica y enseñanza de las matemáticas, así como a un campo de la investigación académica sobre esta práctica.

Por otra parte, uno de los principales enfoques de la matemática educativa es analizar del ¿cómo se construye el conocimiento? y la transmisión de ese conocimiento matemático. Nuestro interés surge de analizar la construcción de los números complejos para detectar dificultades que hoy en día se pueden estar reproduciendo de generación en generación con los estudiantes.

Para ello en esta investigación tenemos como marco teórico a la Socioepistemología.

Esta Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa se ocupa del estudio de fenómenos didácticos ligados al saber matemático asumiendo la legitimidad de toda forma de saber, sea este popular, técnico o culto, pues considera que ellas, en su conjunto, constituyen la sabiduría humana. Así el programa socioepistemológico se caracteriza por explicar la construcción social del conocimiento matemático y la difusión institucional (Cantoral, Montiel y Reyes-Gasparini 2014).

La Socioepistemología se ha propuesto como tarea fundamental estudiar la construcción del conocimiento situado, aquel que atiende a las circunstancias y a los escenarios socioculturales particulares, caracterizándolo como el fruto de las interacciones entre epistemología y factores sociales (Cantoral 2002).

En la teoría Socioepistemológica en Matemática Educativa abordada por Cantoral (2002) y Antonio (2008) consideran al menos cuatro grandes dimensiones interdependientes que son las que condicionan/determinan la construcción y la difusión del conocimiento matemático: las dimensiones cognitivas, didácticas, epistemológicas y sociales. Esta última condiciona/determina, a su vez, las tres primeras.

- *La dimensión didáctica* atiende aquellas circunstancias propias del funcionamiento de los diferentes sistemas didácticos y de enseñanza.
- *La dimensión cognitiva* se ocupa de las circunstancias que son relativas al funciona-

miento y la actividad mental de las personas.

- *La dimensión epistemológica* se aboca a aquellas circunstancias que son propias de la naturaleza y significados del saber matemático.
- *La dimensión social* atiende a las circunstancias conformadas por las normativas y valoraciones sociales del saber y la manera en como éstas influyen en las demás dimensiones.

Por otro lado, la Ingeniería didáctica, surge como metodología en los años ochenta en el seno de la Didáctica de las Matemáticas francesa para las realizaciones tecnológicas de los hallazgos de la teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau (2007) y de la Transposición Didáctica de Chevallard (1997).

El nombre surgió de la analogía con la actividad de un ingeniero debido a que no sólo se apoya en resultados científicos, sino que también demanda la toma de decisiones y el control sobre los distintos componentes del proceso.

De acuerdo con Artigue (1995), una Ingeniería Didáctica es un conjunto de secuencias de clases concebidas, organizadas y articuladas coherentemente por un profesor-ingeniero, para realizar un proyecto de aprendizaje de cierto conocimiento en un grupo específico de alumnos.

El proceso experimental de la ingeniería didáctica consta de cuatro fases:

1. Primera fase: Análisis preliminares.
2. Segunda fase: Concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas.
3. Tercera fase: Experimentación.
4. Cuarta fase: Análisis a posteriori y evaluación

Como metodología en una investigación la Ingeniería Didáctica se caracteriza por que sus productos son construidos de un esquema experimental basado en las realizaciones didácticas en clase, es decir sobre la concepción, realización, observación y análisis de una secuencia de enseñanza y cuya validación es de esencia interna; basada en la confrontación entre el análisis a priori y a posteriori (Antonio, 2008).

Llevamos a cabo cada una de las fases de la ingeniería didáctica ya que es de nuestro profundo interés el estudio de los procesos de aprendizaje que viven los estudiantes de ingeniería al momento de abordar a los números complejos.

## CONCLUSIONES

Hoy en día, los números complejos son sumamente utilizados en la Física, en Ingeniería. Se enseña a todo ingeniero cómo usar el análisis complejo para resolver problemas prácticos en los primeros cursos de la universidad. Los estudiantes de ingeniería los abordan al estudiar las oscilaciones, movimientos que se repiten de forma periódica, en potencial complejo. Por ejemplo: la vibración de un edificio en un terremoto, la vibración de automóviles o la transmisión de corrientes eléctricas alternas (Impedancia Compleja).

Pero durante siglos, los estudiantes y los mismos matemáticos se han visto envueltos en una relación de incertidumbre y necesidad en el uso de los números complejos, desde el mismo nombre nos delata una actitud complicada pues representa a la realidad en modos diferentes y contextos diferentes, no son números reales pero en casi todos los sentidos se comportan como ellos.

La enseñanza actual no está teniendo en cuenta estas dificultades, y deben hacerse emerger para poder marcar pautas en el proceso de aprendizaje de este tipo de número tan desconcertante al que Girolamo Cardano lo declaró: "tan sutil como inútil".

Lo anterior nos lleva a reconocer la importancia de la enseñanza de los números complejos en las escuelas y su contextualización.

En futuras investigaciones se diseñarán secuencias didácticas que aborde un estudio epistemológico y cognitivo de la impedancia compleja un concepto usado en las carreras de ingeniería eléctrica, electrónica y control, con la finalidad de analizar las dificultades e inconsistencias identificadas en la historia de este objeto de matemático, y ver esos elementos semejantes que hoy en día se enfrentan los estudiantes en el estudio de los números complejos y sus aplicaciones.

## FUENTES DE CONSULTA

- Antonio, R. (2008). Una construcción del significado de número complejo y su operatividad a través del proceso de convención matemática. Tesis de Maestría no publicada, Universidad Autónoma de Guerrero. México.
- Artigue, M., Douady, R, Moreno, L. y Gómez, P. (1995). Ingeniería Didáctica en educación Matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Bagni, T. (2001). La introducción de la historia de las matemáticas en la enseñanza de los números complejos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 4(1), 45-62.
- Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas. Argentina. Libro de Zorsal: Traducido por Dilma Fregona.
- Chevallard, Y. (1997). La Transposición Didáctica del saber Sabio Al saber enseñado. Argentina: Editorial Aique.
- Gómez, A. y Pardo, T. (2005). La enseñanza y el aprendizaje de los números complejos. Un estudio en el nivel universitario. Acta del Noveno Simposio de la Sociedad Española de Educación Matemática SEIEM, pp. 251-260.
- Cantoral, R. (2002). La sensibilidad a la contradicción: Un estudio sobre la noción de logaritmo de números negativos y el origen de la variable compleja. En C. Crespo (Ed.), *Acta Latinoamérica de matemática educativa* Vol. 15, Núm. 1, pp 35-42). México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Cantoral, R. (2013). Teoría Socioepistemológica de la Matemáticas Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento. México: Gedisa
- Cantoral, R. Reyes-Gasperini, D. Montiel, G. (2014). Socioepistemología, Matemáticas y Realidad. Recuperado el 12 de Mayo de 2016 de <http://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RLE/article/view/149>