

## DIFICULTADES DE LA NOCIÓN DE LA PROPORCIONALIDAD EN EL TRANSITO DEL NIVEL PRIMARIO AL SECUNDARIO

Claudia J. Ramírez<sup>1</sup>, Hipólito Hernández P.<sup>2</sup>

### RESUMEN

*La proporcionalidad es un tema que se encuentra estrechamente vinculada a nuestra vida cotidiana al enfrentarnos en situaciones que involucran el cálculo de magnitudes, repartos proporcionales, cálculo de porcentajes o de intereses. Dado la importancia de este tema, su estudio se inicia durante la educación básica siendo necesaria para el estudio de temas más complejos. El presente trabajo de investigación ha caracterizado las actuaciones de los alumnos de 6° grado de primaria y 1° grado de secundaria sobre el razonamiento proporcional, a través de cuestionamientos comúnmente utilizados en el contexto escolar, integrando como elemento extra el uso de gráficas y comparaciones cualitativas. El objetivo de esta investigación consiste en registrar algunas dificultades del proceso de razonamiento proporcional durante la transición de un nivel a otro, partiendo de la hipótesis de que los elementos cualitativos influirán en las actuaciones de los alumnos para obtener mejores resultados.*

**PALABRAS CLAVES:** Proporcionalidad, cualitativo, cuantitativo.

### ABSTRACT

Proportionality is a subject that is closely linked to our daily life such as when we con-

fronted situations that involve the calculation of magnitudes, proportional distributions, and calculation of percentages or interests. Given the importance of this subject, his study begins during basic education and is necessary for the study of more complex subjects. This research has characterized the actions of students in 6th grade and 7th grade of school on proportional reasoning, through questions commonly used in the school context, integrating as an extra element the use of graphs and qualitative comparisons. The objective of this research is to register some difficulties of the process of proportional reasoning during the transition from one level to another, starting from the hypothesis that the qualitative elements will influence the actions of the students to obtain better results.

**KEYWORDS:** Proportionality, qualitative, quantitative.

### INTRODUCCIÓN

El tema de proporcionalidad es un tema fundamental en el estudio de las matemáticas dado sus múltiples aplicaciones, tanto en la escuela como en la vida diaria. El estudio de la proporcionalidad inicia en los niveles básicos, por ejemplo en problemas de reparto o en el cálculo de porcentajes; en la matemática superior la proporcionalidad se encuentra incluida en procesos formales, como el concepto de función lineal. Sin embargo, recientemente los resultados de la prueba PISA indican que el desempeño de los alumnos al resolver problemas que involucran el uso del razonamiento proporcional, es limitado (Rivas, 2012). Es de observar que los estudiantes evaluados llegarán a niveles de educación superior con dificultades en temas más complejos. De acuerdo con Martínez (2007) señala que las escuelas insisten en las matemáticas formales, pero no en las matemáticas desarrolladas y utilizadas por la sociedad.

Existen investigaciones especializada en el tema de

<sup>1</sup>Especialista en Didáctica de las Matemáticas de la Facultad de Ingeniería- Universidad Autónoma de Chiapas. Email: claudia\_huerta\_1511@hotmail.com

<sup>2</sup>Profesor-investigador, Facultad de Ingeniería- Universidad Autónoma de Chiapas.

proporciones, es posible reconocer una considerable diversidad de estudios realizados que concluyen que el razonamiento proporcional es un fin educacional complejo, resulta como una de las características la facilidad o dificultad, es decir, los procesos en los niveles de las operaciones formales (Karplus, Pulos y Stage, 1983). En una investigación reciente de Reyes-Gasperini (2016) también hace un análisis de la noción de proporcionalidad, la autora observa que hay una diferencia entre un modelo cualitativo del pensamiento proporcional y uno cuantitativo. El primero se refiere al tipo de relación descriptiva entre dos magnitudes, mientras que el segundo, refiere a relaciones métricas. Además, Mochón (2012, p. 134) dice que *“el papel del profesor en el tema de razonamiento proporcional (...) es enseñar las diferentes formas de razonamiento que se pueden aplicar en situaciones de este tipo y diferenciarlo de contextos no proporcionales. Así, la enseñanza de la regla de tres como única estrategia para resolver problemas de proporcionalidad resultaría insuficiente para que el alumno pueda desarrollar de manera completa una concepción sobre las ideas fundamentales de la proporcionalidad y sus diferentes enfoques, y saber cuándo aplicar correctamente esta regla”*.

Sin embargo, nos cuestionamos por qué un tema tan relevante en la matemática y en la cotidianidad, representa tantas dificultades para los estudiantes. Rivas (2012) describe que uno de los aspectos involucrados en la complejidad de la proporcionalidad lo constituye la existencia de varios tipos de problemas, los cuales son: a) problemas de valor faltante, b) problemas de comparación y c) problemas cualitativos de predicción o de comparación.

Entre las estrategias de solución de problemas de proporcionalidad más difundidas se encuentran aquellas que se refieren al tipo de razón empleada, mejor conocida como *“estrategias dentro y fuera”* descrita por Noelting (1980) y Vergnaud (1983); así también el método de *“construcción progresiva”* traducción del término en inglés *“building up”*; la reproducción a la unidad o *“razón unitaria”* y las relativas al uso de un algoritmo *“producto cruzado”* o *“regla de tres”*.

Está última es una de las estrategias más usadas en las escuelas, la resolución de problemas por el algoritmo de *“regla de tres”* en cierto modo impide a los alumnos comprender la naturaleza del problema;

dicho método supone una cierta ventaja algorítmica en el proceso de solución, ya que se reduce a la secuencia de una multiplicación de dos de los números, seguida de una división por el tercero. Con frecuencia muchos alumnos manipulan los números de una manera aleatoria y sin sentido de lo que están haciendo, sin preocuparse de si la correspondencia entre las cantidades es de proporcionalidad directa, inversa o de otro tipo (Godino y Batanero, 2002). En el estudio realizado por Oller y Gairín en 2012 hacen referencia a estos tipos de razonamiento donde concluyen lo siguiente:

*“Puesto que las situaciones problemáticas relacionadas con la proporcionalidad suelen implicar una relación de carácter funcional entre dos magnitudes, pensamos que la introducción de la idea de razón entre cantidades de diferentes magnitudes pueden proporcionar una visión más clara de las situaciones puesto que posee un importante significado: el tanto por uno, es decir, la cantidad de una de las magnitudes que corresponde con una unidad de la otra bajo la relación que las liga. (p 334)”*

Por otra parte, Sánchez (2013) describe en su trabajo que el tema de proporcionalidad responde al proceso de enseñar las teorías, teoremas, conceptos y fórmulas, donde la estrategia de resolución empleada por los estudiantes será aquella que el profesor institucionalizó, la cual será aplicada mecánicamente. Por otra parte Piaget e Inhelder (1962) citados por Rivas (2012, p.15) describen que la noción de proporción empieza siempre de una forma cualitativa y lógica antes de estructurarse cuantitativamente. Streefland (1984) citado por Ruiz y Valdemoros (2006), enfatiza que la enseñanza temprana de la razón y la proporción deben partir de niveles cualitativos en los que exista un reconocimiento de las mismas; además que se deben usar recursos didácticos (figuras, dibujos y expresiones) para facilitar el desarrollo de patrones de percepción, en apoyo a los correspondientes procesos de cuantificación (Acosta, 2011). Un ejemplo claro de cuantificación de la información es el uso de gráficas, generalmente las asociamos a una tabla de datos, por lo que el encontrar los puntos que representen a dicha tabla es suficiente para dibujar la gráfica. Sin embargo, en muy pocos casos se analiza la potencialidad de mirar a las gráficas como una for-

ma de interpretar el comportamiento de cierto fenómeno (Farfán, 2012).

Así también (Koellner, Clark y Lesh, 2003) citados por Rivas, Godino y Castro, (2012), señalan:

“... la inclusión de una variedad de experiencias que motiven enfoques cualitativos ayuda al desarrollo del razonamiento proporcional de los estudiantes (p.54)”.

Streefland (1984) dice:

“... el pensamiento cualitativo evoluciona cuando hay un avance en el pensamiento, y el niño puede incorporar más elementos para un análisis que le permita considerar distintos factores conjuntamente” Citado en Ruiz y Valdemoros (2006, p.301)”

Dicho lo anterior y con el sustento teórico de diversas investigaciones se realizó un estudio que permitió caracterizar el nivel del razonamiento proporcional en alumnos de último grado de primaria y primero de secundaria mediante problemas de tipo proporcional, no proporcional y aditivos con el uso de elementos cualitativos (gráficas, expresiones). Los resultados de la investigación son el producto del análisis de las diferentes estrategias empleadas por los alumnos. Para realizar dicha caracterización se tomó como referencia la investigación de Fernández y Llinares (2012) de la Universidad de Alicante, España, rediseñando su cuestionario sobre “Relaciones Implicativas entre las estrategias empleadas en la resolución de situaciones lineales y no lineales”, poniendo en juego el uso de gráficas y comparaciones cualitativas para crear controversia en el pensamiento de los alumnos.

En las investigaciones de Cordero y Flores (2007) dice que se le introduce al alumno a la elaboración de tablas para el registro de la variación proporcional y la representación de experimentos aleatorios en tablas y gráficas y se ressignifica el uso de las gráficas en el planteamiento y resolución de problemas que impliquen la elaboración de tablas y gráficas de variación proporcional y no proporcional.

## METODOLOGÍA

Los resultados obtenidos de la investigación están sustentados por la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau (1986), sin olvidar que el objetivo a alcanzar por los alumnos en el tema de proporcionalidad está descrito por las Competencias Matemá-

ticas propuestas por la Secretaria de Educación Pública (2012). La metodología a seguir es la Ingeniería Didáctica, pues a partir de ella rediseñaremos la secuencia didáctica de Fernández y Llinares (2012) que nos permitió analizar y obtener los resultados deseados.

Se inicia el cuestionario con dos problemas de proporcionalidad directa y el tercero de tipo inverso, la finalidad es demostrar cómo influye la disposición mental en la resolución de problemas. En términos de psicología la disposición mental se refiere a la tendencia de percibir y a aproximarnos a los problemas de ciertas maneras; determina que información tendemos a recuperar de la memoria para ayudarnos a encontrar una solución, en la educación formal el aprendizaje se basa en disposiciones mentales (la heurística, algoritmos), y que representa ventajas y desventajas. Un obstáculo de las disposiciones mentales ocurre cuando se necesita un nuevo enfoque para resolver un problema y este nos lo impide, sin embargo es claro que:

“quienes tienen más éxito en la solución de problemas eligen entre muchas disposiciones mentales y juzgan cuando deben cambiarlas o abandonarlas por completo” (Morris & Maisto, 2001, pág.242).

Este proceso es mejor conocido como Metacognición. Por tal motivo los alumnos tienden a resolver un segundo problema de una forma similar a un primero ya que habrán bloqueado su capacidad en utilizar otras herramientas.

En este sentido, cada pensamiento, opinión o idea, de alguna manera está relacionada con los conceptos previos obtenidos anteriormente por la mente; a menudo somos incapaces de ver la solución a un problema, aunque salte a la vista. Estamos muy conectados con los procesos de niveles anteriores y nos esforzamos denodadamente para anclar todo a su alrededor y poder explicar así lo que está pasando, un error que cometemos muy a menudo no solo en matemática sino también en las decisiones de la vida diaria. Es por esta razón que consideramos necesaria la manipulación de elementos cualitativos en edades tempranas que le ayuden al alumno a discernir el método correcto a utilizar para la resolución de problemas.

Durante la enseñanza tradicional de las matemáticas, el aprendizaje de conceptos, la deducción de resultados y la adquisición de procedimientos gene-

ralmente tienen lugar sin la intervención activa del alumno. Se distinguen dos tipos de enseñanza, una teórica y una práctica. Mientras en la primera de ellas la participación del alumno se reduce a escuchar y tratar de entender las explicaciones del profesor, para más tarde procurar reproducirlas con la ayuda de la memoria (Peralta, J., 2005); en la segunda se realizan ejercicios de manipulación de las nociones y proposiciones estudiadas, donde se repiten razonamientos y se aplican algoritmos. De ese modo, la matemática se presenta como una ciencia perfectamente estructurada y cerrada, de la que el estudiante debe aprender sus conceptos y teoremas, así como las destrezas necesarias para ser usadas en ejercicios tipo. Como resultado esta enseñanza produce una rigidez mental al tratar de repetir sistemáticamente los métodos empleados en la resolución de otros problemas o ejercicios parecidos, pudiendo ocasionar una cierta disminución en la capacidad de razonamiento "en el vacío" del alumno. Describe Javier Peralta en su investigación "Automatismos en la Resolución de problemas" de la Asociación matemática de Venezuela:

"Como consecuencia de esa limitación a la libertad de pensamiento, y acostumbrado a que su mente discorra casi siempre dentro de unos límites previamente fijados, el estudiante puede suponer a veces, inconscientemente, que están impuestas determinadas condiciones que, no obstante, no figuran en el enunciado ni se deducen del mismo, y que reciben el nombre de supuestos implícitos" (Peralta, pág.89).

En esta investigación hicieron una prueba a los alumnos donde una de las preguntas era la siguiente: "En un barco hay 20 cabras y 15 vacas. ¿Cuál es la edad del capitán?", reportaron que en este ejercicio el 74 % de los mismos respondieron: 35 años, "sin experimentar dudas sobre su respuesta", reportaron también que al hacer esta prueba con niños de 10 a 12 años en varias ocasiones, siempre obtienen resultados parecidos.

Peralta concluye que el alumno está acostumbrado, incluso se siente obligado a utilizar todos los datos que se encuentran en un problema, aunque no exista coherencia entre ellos, todo esto bajo la suposición de que el profesor nunca va a proponerle problemas o ejercicios cuyos datos no sean estrictamente necesarios para la resolución. En la resolución de problemas, en concreto, se utilizan con frecuencia

únicamente los procedimientos estándar correspondientes al tipo en cuestión, sin plantearse tan siquiera si sería posible abordarlo por otros métodos más simples ya conocidos anteriormente y que en algún caso particular podrían facilitar su resolución.

Una vez definida la problemática, nuestras preguntas a resolver son las siguientes:

- ¿Qué dificultades presentan los alumnos de primaria y secundaria al resolver problemas de proporcionalidad?
- ¿Cuáles son las habilidades de los alumnos de nivel básico para interpretar gráficas?

Por lo que para resolver nuestras preguntas se diseñó la siguiente secuencia. Características de los problemas aplicados:

#### **De valor perdido (proporcionalidad directa)**

1.- Si durante 10 horas un impresor hace 250 calcomanías, trabajando a la misma velocidad ¿cuántas hará durante 3 horas?"

#### **De valor perdido (proporcionalidad directa)**

2.- Si con 60 pesos me despachan 20 litros de gasolina, con 30 pesos me despacharán \_\_\_\_\_ litros, el litro de gasolina cuesta \_\_\_\_\_."

De acuerdo con tu respuesta subraya cuál de las siguientes oraciones describe al problema.

- a) A mayor cantidad de litros de gasolina el precio a pagar es mayor.
- b) A mayor cantidad de litros de gasolina el precio a pagar es menor.

#### **De valor perdido (proporcionalidad inversa)**

3.- Si 10 niños limpian un salón en 60 minutos, si la maestra quiere que esté limpio en menos tiempo, analiza lo siguiente y subraya la opción que te parezca correcta:

- a) Para limpiarlo más rápido se necesitan menos niños.
- b) Para limpiarlo más rápido se necesita más niños. Con ayuda de tu respuesta anterior calcula ¿Cuántos niños se necesitan para que limpien el salón en 30 minutos?

### De valor Constante

4.- Un grupo de 5 músicos interpretan una canción en 10 minutos. Otro grupo de 35 músicos interpretarán la misma canción ¿Cuánto tiempo tardarán en interpretarla?

### De tipo Aditivo

5.- Luis y María están corriendo a la misma velocidad en una pista de atletismo. Luis empezó a correr más tarde que María. Cuando Luis había recorrido 5 vueltas, María ya había recorrido 15 vueltas. Si Luis ha recorrido 30 vueltas ¿Cuántas vueltas a recorrido María?

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La secuencia didáctica se llevó a cabo con alumnos de 6° grado de la escuela primaria "Educación Popular", y con alumnos de 1° grado de la escuela secundaria "Moisés Saenz Garza" en el municipio de Tuxtla Gutiérrez, Chiapas con un tiempo de aplicación de 50 minutos, el docente estuvo presente en todo momento. Al inicio de la aplicación de la secuencia didáctica se le indicó a los alumnos las instrucciones a seguir, resolver el cuestionario de manera individual sin el uso de la calculadora y anotando todas sus operaciones en las hojas entregadas.

Durante la puesta en escena de la secuencia didáctica se observó en los alumnos de primaria que están abiertos a aprender nuevas cosas, y siguen las reglas con mayor facilidad que los alumnos de secundaria. Fue interesante observar que los alumnos de secundaria están predispuestos a recibir una calificación o beneficios cuando realizan una actividad, al contrario de los alumnos de primaria que no cuestionaron en ningún momento el porqué de la aplicación de la secuencia didáctica. Una situación que fue común en los dos niveles fue la necesidad que tienen los alumnos de recibir una reafirmación positiva sobre lo que están haciendo, comentarios frecuentes como "¿así voy bien?" o "¿se divide verdad?", dan muestra de la inseguridad que tienen al resolver un problema, les da miedo continuar haciendo operaciones si no saben a dónde llegar; frecuentemente piden saber cuál es el resultado para después realizar las operaciones, cuando esto no ocurre comienzan a preguntar con los compañeros y empiezan a copiar los resultados, sin importar si estos están bien o no.

Una segunda situación que fue común en los dos

grupos fue la mecanización de los procesos matemáticos, la mayoría de los alumnos se equivocó en el problema de proporcionalidad inversa, esto ocurrió debido a que anteriormente habían resuelto dos problemas de proporcionalidad directa y en el tercero, siguieron utilizando el mismo método, a pesar de contar con el apoyo visual de una gráfica que les mostraba que la situación era diferente a los dos anteriores.

El problema donde más dificultades hubo fue en el de los músicos, lo alumnos comentaron que era porque no sabían que procedimiento utilizar; sin embargo, todos contestaron el problema, obteniendo resultados fuera de la lógica. Nos damos cuenta que los alumnos no están acostumbrados a analizar los problemas ni la información contenida en ellos, esta situación fue similar al "efecto capitán" de la investigación de Peralta (2005), a pesar que los alumnos no entendieron el problema se sintieron obligados a contestar la pregunta.

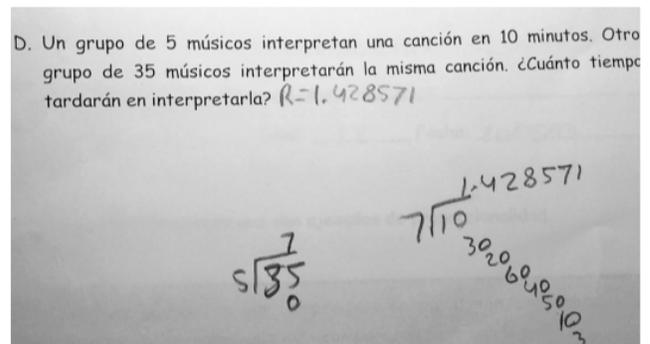


Imagen 1. Respuesta incorrecta "efecto capitán"

Continuando con la mecanización de los procesos, notamos que los alumnos de primaria están más familiarizados con el pensamiento multiplicativo que con el pensamiento aditivo, esto lo observamos en sus procedimientos, ya que es el método que usan en clase. En teoría, el pensamiento multiplicativo debe estar desarrollado en los alumnos de secundaria, sin embargo, llama la atención que el alumno de secundaria no fue capaz de alternar estos dos razonamientos y utilizar el más adecuado según sea el caso; en esta investigación se comprobó que una vez que el alumno ha aprendido un nuevo método para resolver problemas olvida el anterior. Esto se demuestra con los resultados del cuestionario



## AGRADECIMIENTOS

Agradecemos al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología el apoyo otorgado para la realización de esta tesina como producto final de la Especialidad en Didáctica de las Matemáticas.

## REFERENCIAS

- Acosta, J. (2011). La noción de linealidad. Una aproximación epistemológica, cognitiva, didáctica y sociocultural. Tesis de Doctorado. México: IPN Cicata.
- Artigue, (1995). Ingeniería Didáctica. En Artigue, M., Douady, R. Moreno, L. y Gómez P. (Eds) *Ingeniería didáctica en educación matemática*. México: Iberoamericana.
- Brousseau G. (1986). Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática. Universidad Nacional de Córdoba, Facultad de Matemática Astronomía y Física, Serie B, Trabajos de Matemática, No. 19 (versión castellana 1993).
- Cantoral, R., Farfán, R., Cordero, F., Alanís, J., Rodríguez, R. y Garza, A. (2005). Desarrollo del pensamiento Matemático. México: Trillas: ITESM. (pp. 41-50).
- Cantoral, R. (2013). Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Barcelona, España: Gedisa.
- Castro, M., Ruiz, S. Fonseca, H., Díaz, M. Umaña, W. (2010). Factores académicos en la transición de la primaria a la secundaria: motivación, rendimiento académico y disciplina. *Revista Electrónica Actualidades Investigativas en educación*, 10 (3), 1-29.
- Cordero, F. y Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10(1), 7-38.
- Farfán, R. (2012). El desarrollo del pensamiento matemático y la actividad docente. Barcelona, España: Gedisa.
- Fernández, C & Llinares, S. (2010, mayo 10). Relaciones Implícitas entre las estrategias empleadas en la resolución de situaciones lineales y no lineales. *Redalyc*, 15, 11-22.
- Godino, J. y Batanero, C. (2003). Proporcionalidad y su didáctica para maestros. Universidad de Granada: departamento de Didáctica de las matemáticas. Recuperado: 22 de junio de 2017. [http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/3\\_Proporcionalidad.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/3_Proporcionalidad.pdf)
- Karplus, R., Pulos, S. & Stage, E. (1983). "Proportional reasoning of early adoles-cents". In: R. Lesh and M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 45-90). New York: Academic Press.
- Holguín, C. (2012). Razonamiento proporcional. Tesis de maestría. Colombia: Universidad Nacional de Colombia
- Martínez, M. (2007). Educación Matemática para todos. México: Trillas.
- Mochón Cohen, S. (2008). Enseñanza del razonamiento proporcional y alternativas para el manejo de la regla de tres. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 24 (1), 133-157.
- Modestou, M. y Gagatsis, A. (2010). Cognitive and meta-cognitive aspects of proportional reasoning. *Mathematical Teaching and Learning*, 12(1), 36-53.
- Morris, C., Maisto, A. (2001). Introducción a la Psicología. México: Prentice Hall.
- Noelting, G. (1980). The development of proportional reasoning and the ratio concept part I -differentiation of stages. *Educational Studies in Mathematics*, 11(2), 217-253.
- Oller, A. y Gairín, J. (2013). La génesis histórica de los conceptos de razón y proporción y su posterior aritmetización. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 16 (3), 317-338.
- Peralta, J. (2005). Sobre los automatismos en la resolución de problemas. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana, XII*, pp. 87-103.
- Rafael, A. (2009). Desarrollo Cognitivo: Las teorías de Piaget y de Vygotsky. Tesis de maestría. España: Universidad Autónoma de Barcelona.
- Rivas, M., Godino, J. y Castro, W. (2012). Desarrollo del Conocimiento para la Enseñanza de la Proporcionalidad en Futuros Profesores de Primaria. *Revista: Bolema*, 26, 559-558.
- Ruiz, E., Valdemoros, M. (2006). Vínculo entre el pensamiento proporcional cualitativo y cuantitativo: el caso de Paulina. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 9(2), 299-324.
- Sánchez, E. (2013). Razones, proporciones y proporcionalidad en una situación de reparto: una mirada desde la teoría antropológica de lo didáctico. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 16 (1), 65-97.
- SEP, (2012). Plan y programas de estudio para la educación primaria. México.
- Reyes-Gasperini, D. (2016). Empoderamiento docente y Socioepistemología. Un estudio sobre la transformación educativa en Matemáticas. México: Gedisa.
- Tourniaire, F. & Pulos, S. (1985). Proportional reasoning. A review of literature. *Educational Studies in Mathematics* 16(2), 181-204.
- Valverde, G. (2012). Competencias matemáticas promovidas desde la razón y la proporcionalidad en la formación inicial de maestros de primaria. Tesis Doctoral. España: Universidad de Granada.
- Vergnaud, G. (1991). El niño, las matemáticas y la realidad. México: Trillas.