

## LA PENDIENTE COMO RAZÓN DE CAMBIO: SU APRENDIZAJE CON UNA ACTIVIDAD DIDÁCTICA UTILIZANDO HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS

Francisco A. Zúñiga C. <sup>1</sup>, Edgar J. Morales V. <sup>2</sup>

### RESUMEN

*El presente artículo da cuenta de la investigación de una secuencia didáctica, para el aprendizaje del concepto de pendiente como razón de cambio, con la interacción de una maqueta móvil que representa a un fenómeno real. Debido a la dificultad que tiene la mayoría de los estudiantes para comprender este concepto, se analiza el comportamiento del móvil con la ayuda de un sensor y una calculadora graficadora, que permite obtener la gráfica de movimiento. El marco metodológico utilizado se centró en la ingeniería didáctica. Con esta situación didáctica buscamos que los estudiantes mejoren su aprendizaje del concepto de pendiente como razón de cambio interactuando con objetos concretos.*

**Palabras Claves:** Graficación, pendiente, razón de cambio, tecnología.

### ABSTRACT

The present article gives an account of the investigation of a didactic sequence for the learning of the concept of slope as reason of change with the interaction of a mobile prototype that represents a real phenome-

non. Due to the difficulty that most students have to understand this concept the behavior of the mobile is analyzed with the help of a sensor and graphing calculator that allows to obtain the graph of movement. The methodological framework used was centered on didactic engineering. With this didactic situation we look for students to improve their learning in the concept of slope as a reason for change by interacting with concrete objects.

**Keywords:** Graphing, slope, reason of change, technology.

### INTRODUCCIÓN

Las matemáticas son de gran importancia para resolver diversos problemas en ciertas actividades humanas aplicando sus conceptos, los cuales ayudan a desarrollar nuestro pensamiento lógico y a comprender nuestro entorno. El concepto de pendiente como razón de cambio tiene muchas aplicaciones en diversos contextos tales como: velocidad y aceleración de un móvil, elongación de una liga, temperatura de una habitación, presión de aire dentro de una jeringa, rotación de un motor, intensidad luminosa, flujo de agua en una tubería, calorías quemadas al hacer ejercicio, presión del agua respecto a la profundidad de un buzo y el volumen de aire dentro de un balón de fútbol.

Hoy día los educadores e investigadores de distintas disciplinas se encuentran preocupados por el bajo rendimiento académico que tienen los estudiantes en los diferentes niveles educativos. Las matemáticas son esenciales para el desarrollo académico de los estudiantes, los cuales presentan diversas dificultades de aprendizaje de sus conceptos (Farias y Pérez, 2010).

Dentro de nuestra práctica docente en el nivel medio superior se observa la dificultad que presentan los estudiantes en reconocer el significado que se tiene de la pendiente como razón de cambio. Esta problemática es llevada por los estudiantes a niveles

<sup>1</sup> Profesor-investigador, Universidad de los Altos de Chiapas.  
Email: maestro\_coronel@hotmail.com

<sup>2</sup> Profesor-investigador, Universidad Autónoma de Chiapas.  
Email: edgarmvdj@hotmail.com

escolares superiores, ya que este objeto didáctico se aborda en temas de cálculo, dinámica, estática, termodinámica, cinemática, electromagnetismo y óptica. Esta dificultad de aprendizaje se debe a los métodos de enseñanza dentro del contexto escolar, ya que en la mayoría de ellos no se promueven los conocimientos sobre cómo cambia una variable con respecto a otra de acuerdo a una tabla de valores, una gráfica, una función o a una experiencia cotidiana.

Siguiendo con la problematización de la investigación, Morales (2011) señala que el sólo uso del contexto algebraico y numérico deja en la mente del estudiante una restringida e insatisfecha imagen del concepto de pendiente como razón de cambio. De acuerdo a la problemática planteada se genera la siguiente pregunta de investigación: ¿Qué aportaciones al aprendizaje del concepto de pendiente como razón de cambio otorga la utilización de una calculadora graficadora conectada a un sensor de movimiento en estudiantes de la especialidad en didáctica de las matemáticas? de acuerdo a la pregunta se plantea el siguiente objetivo: diseñar e implementar una secuencia didáctica utilizando esta tecnología, de modo que permita la resignificación del concepto de pendiente como razón de cambio.

Actualmente los estudiantes que se encuentran en los salones de clases son personas nacidas en la era de la tecnología, lo que permite poder usarla para el aprendizaje de las matemáticas como una forma de enseñanza innovadora e interactiva. Desde este punto de vista epistemológico se encuentra el desarrollo de la teoría cualitativa de los sistemas dinámicos y por otro se encuentra el desarrollo de la tecnología (calculadoras, sensores, computadoras, celulares e internet) como procesos de enseñanza-aprendizaje (Morales, 2011).

La gran mayoría de estudiantes se encuentran inmersos de manera natural y cotidiana con herramientas tecnológicas, de modo que es importante asumir un papel que genere una devolución del conocimiento que sea para ellos de interés en su desarrollo académico, y sobretodo haciendo que se involucren con situaciones amigables y cotidianas (González y Cantoral, 2014). Los recursos tecnológicos han llegado a los salones de clases para desarrollar situaciones de aprendizaje que fortalecen y replantean los contenidos y los métodos de enseñanza.

Dentro de la investigación se cree que el uso de

calculadoras graficadoras con sensores de movimiento es una nueva forma de aprender matemáticas, ya que se pueden interpretar fenómenos físicos del entorno; con esta herramienta tecnológica se pueden analizar e interpretar los comportamientos por medio de gráficas. Las gráficas como señalan Suárez y Cordero (2008) son herramientas de visualización que ayudan a interpretar información de situaciones reales y a comprender los comportamientos de los fenómenos físicos, provocando un mejor aprendizaje.

En esta investigación se empleó la metodología de ingeniería didáctica que surge y se desarrolla como una metodología de investigación. La ingeniería didáctica se diferencia de los métodos experimentales usuales en educación por su modo de validación; el cual permite verificarse de forma interna y se basa en la confrontación entre un análisis a priori en el cual se encuentra un cierto número de hipótesis y un análisis a posteriori que se apoya en los datos finales obtenidos de la experimentación de la situación didáctica (Artigue, Douady, Moreno y Gómez, 1995).

La ingeniería didáctica designa un conjunto de actividades de clases concebidas, organizadas y articuladas en el tiempo de forma coherente por un profesor, para efectuar un proceso de aprendizaje de un contenido matemático dado para un grupo de estudiantes. El proceso experimental se divide en cinco fases: análisis preliminar, análisis a priori, experimentación, análisis a posteriori y confrontación entre el análisis a priori y el análisis a posteriori.

## METODOLOGÍA

El proceso de investigación se llevó a cabo con un análisis preliminar para el diseño de las actividades. Se planteó el análisis a priori donde se describen las hipótesis de las actividades de la secuencia didáctica. Posteriormente se siguió con la experimentación que se llevó a cabo con siete estudiantes de la especialidad en didáctica de las matemáticas (EDM) de la Universidad Autónoma de Chiapas. Consecuentemente se realizó el análisis a posteriori y, por último, se realizó la confrontación del análisis a priori con el análisis a posteriori obteniendo los resultados correspondientes.

### Análisis preliminar

El análisis preliminar se realizó de acuerdo a la revisión y análisis de los programas de estudio de la Se-

cretaría de Educación Pública (2011) del nivel básico y algunos métodos de enseñanza sobre la pendiente como razón de cambio. En el nivel medio superior se retomó el programa de estudios de matemáticas III de la Secretaría de Educación Pública (2011) y se revisaron las actividades que se presentan en los libros de los autores Cantoral, Farfán, Montiel, Lezama, Cabañas, Castañeda, Martínez & Ferrari (2009) y de Arriaga, Benítez & Cortés (2009), así también con algunos antecedentes y actividades sobre el concepto de pendiente como razón de cambio. Se diseñaron las actividades de la secuencia didáctica centrándose en las tecnologías digitales (calculadoras graficadoras, cronómetro y sensores de movimiento).

**Análisis a priori**

El diseño de las actividades para la secuencia didáctica se dividió en tres actividades (1(a), 1(b) y 2). En la actividad 1(a): se espera que los estudiantes interactúen directamente con la maqueta móvil (pista de tren) completando una tabla de valores con la ayuda de un cronómetro de celular. También, se espera que los estudiantes construyan la gráfica que representa el movimiento considerando al eje x como el tiempo y al eje y como el número de vueltas, interpretando a la pendiente como razón de cambio.

**Actividad 1(a) de la secuencia didáctica**

1. Arma la pista. Señala con algún objeto el lugar donde el tren iniciará su recorrido. Coloca el tren sobre el señalamiento y enciéndelo. Activa el cronómetro en el momento que el tren pase por el señalamiento y observa el tiempo que tarda el móvil en dar una vuelta.

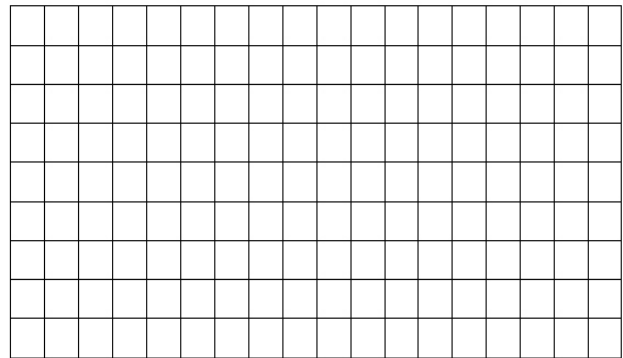
2. Repite el procedimiento para completar la siguiente tabla:

Número de vueltas del móvil	Tiempo transcurrido
0	
1	
2	
3	
4	
5	

3. De acuerdo a la tabla anterior responde los siguientes cuestionamientos:

- a) ¿En qué tiempo el móvil da tres vueltas?
- b) ¿Cuántas vueltas da el móvil en 40 segundos?
- c) ¿En qué tiempo el móvil da cinco vueltas?
- d) ¿Cuántas vueltas da el móvil en 20 segundos?

4. Dibuja un plano cartesiano (sistema coordenado rectangular) sobre la cuadrícula.



5. Ubica los puntos en el plano cartesiano de acuerdo a las coordenadas de la tabla 1 (eje y = número de vueltas del tren, eje x = tiempo transcurrido). Une todos los puntos para generar la gráfica.

De acuerdo a la gráfica que realizaste, responde los siguientes cuestionamientos:

- a) ¿En qué tiempo el móvil da tres vueltas?
- b) ¿Cuántas vueltas da el móvil en 1 minuto?
- c) ¿En qué tiempo el móvil da cinco vueltas?
- d) ¿Cuántas vueltas da el móvil en 20 segundos?

En la actividad 1(b) se espera que los estudiantes coloquen los vagones del tren y un objeto pesado con la finalidad de aumentar el peso del tren reconociendo a la pendiente como razón de cambio entre la velocidad y el peso.

**Actividad 1(b) de la secuencia didáctica**

- 1. Coloca los vagones del tren y coloca un objeto pesado sobre algún vagón.
- 2. Coloca el tren sobre el señalamiento y actívalo (enciéndelo). Activa el cronómetro en el momento que el

tren pase por el señalamiento y observa el tiempo que tarda el móvil en dar una vuelta.

3. Completa la siguiente tabla de valores:

Número de vueltas del carrito	Tiempo transcurrido
0	
1	
2	
3	
4	
5	

4. Gráfica la tabla de valores.

5. Compara las gráficas generadas en la actividad **1(a)** y la actividad **1(b)** respondiendo los siguientes cuestionamientos:

¿Qué figura geométrica representa a las gráficas?

¿Cuál de las gráficas está más inclinada?

¿Qué representa una mayor inclinación de la gráfica?

¿Qué representa una menor inclinación de la gráfica?

En la actividad **2**, se espera que los alumnos trabajen con el sensor de movimiento capturando los datos de movimiento del tren, generando la gráfica correspondiente en la calculadora visualizando la razón de cambio entre el avance del móvil y el tiempo transcurrido.

### Actividad 2 de la secuencia didáctica (entorno a la calculadora graficadora)

1. Identifica la parte de la pista que es recta y gradúala utilizando cualquier material que requieras.
2. Conecta el sensor de movimiento CBR a la calculadora graficadora TI-Nspire, activa la interfaz del sensor CBR en la calculadora. Coloca el sensor de movimiento CBR frente a la zona donde la pista es recta.
3. Coloca el tren (sin vagones) donde comienza la línea recta.
4. Activa (enciende) el tren conjuntamente activa el sensor de movimiento CBR.
5. Observa la gráfica generada en la interfaz de la calculadora TI-Nspire y responde los siguientes cuestionamientos:

Anota que variable representa el eje x y que variable representa el eje y.

¿Qué figura geométrica representa la gráfica?

a) ¿En qué tiempo el tren avanza 5 centímetros?

b) ¿Qué avance tiene el tren al transcurrir 2 segundos?

c) ¿En qué tiempo el tren avanza 20 centímetros?

d) ¿Qué avance tiene el tren al transcurrir 6 segundos?

### Experimentación

La implementación de la secuencia didáctica se llevó a cabo en un salón de clases de la EDM (ver foto 1). La implementación requirió los siguientes materiales: modelo de la pista, tren y vagones, calculadora graficadora, cronómetro de celular, sensor de movimiento y mesas de trabajo.

### Análisis a posteriori

El análisis a posteriori se enfoca a lo que realmente hicieron los estudiantes en las actividades de la secuencia didáctica.



Foto 1. Estudiantes de la especialidad en didáctica de las matemáticas.

### Actividad 1(a) de la secuencia didáctica

Para la actividad **1(a)** los estudiantes interactúan con el prototipo móvil (ver foto 2) reconociendo la relación que existe entre el avance del tren y el tiempo transcurrido.



Foto 2. Estudiantes interactuando con la maqueta móvil.

La mayoría de los estudiantes completa la tabla de valores, primeramente colocan los tiempos individuales y se dan cuenta que son acumulados al observar las vueltas del móvil y el tiempo mostrado en el cronómetro. Responden los cuestionamientos de acuerdo a la tabla de valores como se muestra en la foto 3.

2. Repite el procedimiento para completar la siguiente tabla:

Número de vueltas del móvil	Tiempo transcurrido
0	0
1	10.04s 10.04
2	10.04s 20.13
3	10.04s 30.23
4	10.10s 39.91
5	9.60s 49.94

3. De acuerdo a la tabla anterior responde los siguientes cuestionamientos:

a) ¿En qué tiempo el móvil da tres vueltas? 30.23 s

b) ¿Cuántas vueltas da el móvil en 40 segundos? 4

c) ¿En qué tiempo el móvil da cinco vueltas? 49.94 s.

d) ¿Cuántas vueltas da el móvil en 20 segundos? 2

Foto 3. Resultados de la tabla de valores.

Por último, grafican los datos de la tabla generando una recta (foto 4), por lo que responden a las preguntas observando la razón de cambio entre el número de vueltas y el tiempo.

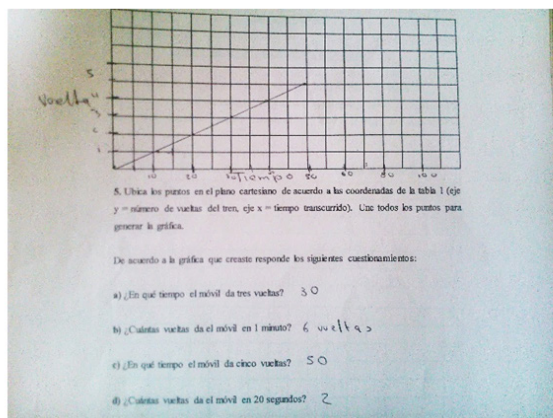


Foto 4. Resultados de la gráfica.

Actividad 1(b) de la secuencia didáctica Los resultados obtenidos de la actividad 1b son los siguientes: los estudiantes colocan los vagones del tren y como objeto pesado una piedra, como se observa en la foto 5.



Foto 5. Estudiantes interactuando con el tren y sus vagones.

3. Completa la siguiente tabla de valores:

Número de vueltas del carrito	Tiempo transcurrido
0	0
1	12.28
2	24.75 12.47
3	36.57 11.82
4	48.77 12.20
5	60.72 11.95

Foto 6. Resultados de la tabla de valores.

La mayoría de los estudiantes completan la tabla de valores acumulando los tiempos de cada vuelta como se muestra en la foto 6. En esta actividad se dan cuenta que el cronómetro de celular acumulaba los tiempos (ver foto 7).

La mayoría de los estudiantes grafican los valores de la tabla de manera aproximada generando una recta como se observa en la foto 8. La alumna Diana realiza dibujos y argumenta que la primera gráfica (actividad 1(a)) está más inclinada que la segunda y plantea que a mayor inclinación de la recta existe un



Foto 7. Cronómetro de celular.

mayor desplazamiento del tren en menor tiempo, es decir, aumenta su velocidad. Y a menor inclinación existe un menor desplazamiento del tren en mayor tiempo, es decir, disminuye su velocidad. La mayoría obtuvo este resultado.

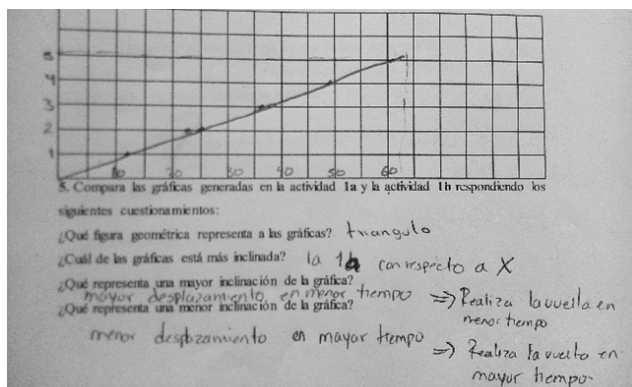


Foto 8. Resultados de la gráfica.

## Actividad 2 de la secuencia didáctica (entorno a la calculadora)

Los resultados fueron a partir de que los estudiantes activaron la interfaz de la calculadora graficadora para iniciar al sensor de movimiento como se muestra en la foto 9. La mayoría de ellos se les dificultó colocar el sensor a manera que se obtenga la gráfica correcta, una vez obtenida la gráfica identifican al eje x como el tiempo y al eje y como el avance del móvil (ver la foto 10).



Foto 9. Estudiantes interactuando con la calculadora graficadora y el sensor de movimiento.

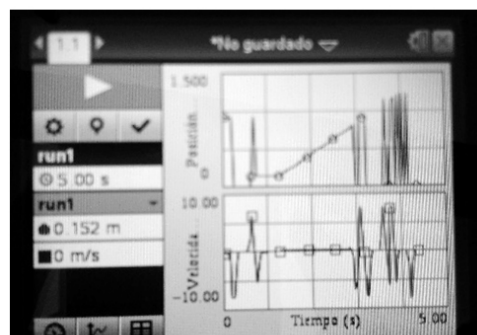


Foto 10. Interfaz de la calculadora graficadora.

## Confrontación entre el análisis a priori y el análisis a posteriori

En la actividad 1(a) y 1(b) los estudiantes completan la tabla de valores y con ella generan la gráfica correspondiente reconociendo la razón de cambio entre el número de vueltas y el tiempo. En la actividad 2 los alumnos interactúan con el sensor de movimiento visualizando las gráficas, pero se les dificulta comprender la razón de cambio entre el avance del móvil y el tiempo.

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En este trabajo de investigación reconocemos que algunos recursos tecnológicos ayudan en cierta medida a la comprensión del concepto de pendiente como razón de cambio. Cada actividad aportó un conocimiento sobre la pendiente como razón de cambio, tal es el caso de la actividad 1(a) donde identificaron que el número de vueltas del móvil depende del tiempo transcurrido; en la actividad 1(b) comprendieron que a mayor peso el móvil disminuye su velocidad y viceversa; en la actividad 2 tuvieron dificultades en colocar el sensor de movimiento obteniendo gráficas inadecuadas.

Es una realidad que todas las actividades no son cien por ciento aplicables y eficaces ya que depende del tipo de estudiantes y el contexto donde se implemente, así como el buen manejo de las herramientas tecnológicas. La mayor aportación de esta investigación es que la mayoría de los estudiantes comprenden el concepto de pendiente como razón de cambio

interactuando directamente con la maqueta móvil tomando en cuenta que para utilizar herramientas tecnológicas necesariamente se necesitan los conocimientos básicos.

## FUENTES DE CONSULTA

- Arriaga, A., Benítez, M., & Cortés, M. (2009). Matemáticas III inducción a las competencias. México: Pearson.
- Artigue, M., Douady, R., Moreno, L. y Gómez, P. (1995). Ingeniería didáctica en educación matemática. Bogotá: Iberoamérica.
- Cantoral, R., Farfán, R., Montiel, G., Lezama, J., Cabañas, G., Castañeda, A., & Ferrari, M. (2009). Matemáticas 3. México: McGraw Hill.
- Farias, D. y Pérez, J. (2010). Motivación en la enseñanza de las matemáticas y la administración. *Formación Universitaria*, 3(6), 33- 40.
- González, A. y Cantoral, R. (2014). Una propuesta de aprendizaje para la pendiente con el uso de Geogebra. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 27, 2151–2158. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Morales, E. (2011). Resignificación de los campos de pendiente en las ecuaciones diferenciales en un contexto electrónico. Tesis de maestría no publicada, Universidad Autónoma de Chiapas, México.
- Secretaría de Educación Pública. (2011). Programa de estudios: matemáticas III. México.
- Secretaría de Educación Pública. (2011). Programa de estudios secundaria. México.
- Suárez, L. y Cordero, F. (2008). Elementos teóricos para estudiar el uso de las gráficas en la modelación del cambio y de la variación de un ambiente tecnológico. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, 3 (1), 51-58.