

EXPERIMENTO PARA DETERMINAR EL VALOR DE LA ACELERACIÓN DE LA GRAVEDAD LOCAL: CAIDA LIBRE

..... Miguel A. Jiménez Z.¹, Ramiro Jiménez Z.², Julio C. Villatoro A.¹

RESUMEN

El trabajo experimental que se detalla, tiene los siguientes propósitos:

Reportar la medición del módulo de la aceleración con la que caen los cuerpos a la superficie terrestre a nivel local, es decir, la magnitud de la atracción gravitatoria, g , en Tuxtla Gutiérrez. Para este fin nos apoyamos en el software "Captación y Modelación de Datos Experimentales" (CMDE) mismo que proporciona mediciones de alta precisión, resultando en gráficas muy cercanas al comportamiento real del fenómeno estudiado y facilitando la modelación matemática del mismo. Para ajustar el modelo propuesto a los datos experimentales se insertó al software una técnica que aplica los métodos numéricos al cálculo variacional mejorando sustantivamente al modelo.

Integrar un segundo experimento, parte de un conjunto que constituirá una propuesta de "prácticas de laboratorio", dirigido a estudiantes de ingeniería o ciencias y que ayuden a los catedráticos en la explicación de los fundamentos fenomenológicos de las ciencias físicas y la ingeniería.

En ésta primera etapa de trabajos se presentan aquellos en el ámbito de la mecánica clásica, sin embargo las bondades del software CMDE, permiten abordar una amplia gama de fenómenos. Los interesados en esta metodología detectarán con facilidad su versatilidad para abordar diversos ámbitos de la física y la ingeniería.

Palabras clave: Experimento, Atracción gravitatoria local, Software, Modelación matemática, Métodos numéricos, Cálculo variacional, Prácticas de laboratorio, Fenomenología, Mecánica clásica.

ABSTRACT

The experimental work that is detailed has the following purposes:

Report measurement module of the acceleration that body's fall to the Earth's surface at the local level, i.e., the magnitude of the gravitational pull, g , in Tuxtla Gutiérrez. For this purpose, we rely on software "Capture and modeling data pilot"(CMDE) itself which provides measurements of high precision, resulting in graphs very close to the actual behavior of the studied phenomenon and facilitating modeling Mathematics of the same. To adjust the model proposed to the experimental data was inserted software technique applied numerical methods to the variational calculus substantially improving the model.

Integrate a second experiment, part of a group to constituted a "laboratory practices" proposal, aimed at students in engineering or science and to help the professors in the explanation of the phenomenological foundations of science Physics and engineering. In this first stage of works are those in the field of classical mechanics, however, the benefits of CMDE, software, they allow address a wide range of phenomena. Those interested in this methodology will

¹ Profesores de la Facultad de Ingeniería- UNACH

² Profesor de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, UNACH.

detect easily its versatility to address various areas of physics and engineering.

Keywords: Experiment, Local gravitational attraction, Software, Mathematical modeling, Numerical methods, Variational calculus, Lab practices, Phenomenology, Classical Mechanics.

INTRODUCCIÓN

Existe una profunda separación entre la enseñanza de la física y su fundamento experimental en la mayoría de las escuelas de ciencias e Ingeniería. De manera verbal o en textos, se establece que el módulo de la atracción gravitacional en la superficie terrestre es $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, pero raramente se justifica esta afirmación por medio de su medición experimental. Lo anterior y el conocimiento de las potencialidades del software nos motivaron, en el año 2010, a intentar modernizar la metodología experimental existente, investigar los procedimientos usuales y elaborar, haciendo uso del software, una metodología que permitiera realizar la medición mencionada de manera más precisa y económicamente accesible.

El montaje experimental fue el siguiente: se elaboró una regleta y adhirió a una pared, frente a éste arreglo se soltó una pelota plástica consistente de 8 gr de masa. Se grabó un video de la caída libre desde pocos segundos antes de soltarla hasta su choque con el suelo haciendo uso de una cámara casera Sony TRV18 y, utilizando el software "Adobe Premier" se convirtió el video en una secuencia de fotogramas espaciados 1/29.97 seg. Las mediciones de la posición del objeto durante su caída, se realizaron pasando los fotogramas al programa Power Point, buscando la precisión en las mediciones haciendo uso de la regleta inserta en este software. Para reducir el paralaje inherente, se ubicó la cámara a 3.5 m de la línea de movimiento y a una altura de 1 m del piso, para nivelar la lente con el punto medio de la trayectoria; además se procuró que la línea de movimiento estuviera a 3 cm de separación de la pared aproximadamente. Además, para hacer uso estadístico correcto de la distribución normal, se repitió 35 veces el experimento sugiriendo, cada uno, un modelo matemático similar cuyos parámetros se ajustaron por el método de los mínimos cuadrados. Como valor definitivo de cada parámetro se tomó a su valor promedio de entre los obtenidos en cada

ajuste; finalmente se obtuvo el valor de $g = 9.96 \text{ m/s}^2$ el cual arroja un error de 1.52% respecto al valor usualmente aceptado de 9.81 m/s^2 .

Lo exitoso del método sugirió avocarnos al desarrollo de un software al que, su autor, denominó "Captación y Modelación de Datos Experimentales" (CMDE). Con ayuda de este software se convierte un video en fotogramas³, se seleccionan aquellas fotografías sobre los que se efectuarán las mediciones y se miden a nivel bi-dimensional las diversas posiciones de un objeto conforme transcurre el tiempo, generándose dos series de tiempo. Una vez efectuadas las mediciones, el software grafica cada dimensión contra el tiempo, coadyuvando a la modelación matemática del fenómeno. Finalmente, usando también el software indicado, se aplica un método variacional numérico a los modelos, logrando el ajuste de la propuesta teórica.

Es de importancia comentar que el CMDE facilita y da una alta precisión a las mediciones tomadas pues su lógica interna establece una correspondencia bi-unívoca entre los pixeles de la pantalla del computador donde se analizan los fotogramas y el campo real bidimensional donde se ejecuta el experimento. También es importante señalar que al apoyarnos en los desarrollos tecnológicos, la presente metodología, sustituye la cámara de video por un teléfono celular común abatiendo costos de operación en la realización de los experimentos.

METODOLOGÍA

La Figura 1⁴ muestra el experimento realizado. Se tomaron 35 videos de caídas libres similares, soltándose una pelotita compacta con $\Phi = 1 \text{ in}$ de diámetro y $m = 8 \text{ gr}$, desde 2 m altura, de cada ensayo bajo las mismas condiciones.

Luego, con el apoyo de la precisión del sistema CMDE para la toma de mediciones de posición, se toma uno sólo de los videos con duración de 5 s, y sobre él efectuamos las mediciones adecuadas. El video, se separó en 158 fotogramas, resultando un intervalo de tiempo $\Delta t = 0.0318 \text{ s}$ entre dos posiciones medibles. Se efectuaron mediciones en 19 foto-

³ CMDE combina su ejecución con "Free Video to JPG Converter v. 5.0.92 build 608". Software libre localizable en la Red.

⁴ Archivo del experimento realizado en el año 2010.



Figura. 1. Ejecución de una caída libre.

gramas, se seleccionó como el primero aquel en el que ya se ha desprendido la pelotita de la mano del investigador, para evitar la perturbación correspondiente; se observa en la secuencia de fotografías bajo estudio, que la velocidad de la pelota aumenta rápidamente, manifestándose esto en un alargamiento creciente de su imagen, transformándose paulatinamente en una sombra alargada y borrosa, por ello tomamos, a partir de la foto indicada sólo las 12 siguientes, proporcionando el software 13 mediciones (t_i ; x_i , y_i). Para ejecutar estas mediciones se acordó, como lo más objetivo, considerar las posiciones del punto central de la sombra, aquel que se encuentra más definido en cada fotograma, pues es el punto

	Coordx	Coordy	Xcoord	Ycoord
ICAIDA_LIBRE 038.JPG	0.0000000000	0.0000000000	652	121
ICAIDA_LIBRE 039.JPG	0.0000000000	0.0174215764	652	126
ICAIDA_LIBRE 040.JPG	0.0034843153	0.0452960986	653	134
ICAIDA_LIBRE 041.JPG	0.0000000000	0.0801392514	652	144
ICAIDA_LIBRE 042.JPG	0.0034843153	0.1289196652	653	158
ICAIDA_LIBRE 043.JPG	0.0000000000	0.1986059708	652	178
ICAIDA_LIBRE 044.JPG	0.0000000000	0.2473863846	652	192
ICAIDA_LIBRE 045.JPG	0.0000000000	0.3310099513	652	216
ICAIDA_LIBRE 046.JPG	0.0034843153	0.4181178332	653	241
ICAIDA_LIBRE 047.JPG	0.0034843153	0.5156786609	653	269
ICAIDA_LIBRE 048.JPG	0.0034843153	0.6411140109	653	305
ICAIDA_LIBRE 049.JPG	0.0034843153	0.7526120997	653	337
ICAIDA_LIBRE 050.JPG	0.0034843153	0.8850160802	653	375

Figura. 2. Resultados de las mediciones.

⁵ Figura que muestra los resultados de las mediciones tomadas con CMDE, constituye parte de los resultados experimentales.

⁶ Figura que muestra la gráfica de los resultados obtenidos en las mediciones.

con mayor probabilidad para representar la posición real de la pelota. La Figura 2⁵, muestra los resultados de las mediciones:

En estos resultados las dos primeras columnas numéricas representan las mediciones de las posiciones que va tomando la partícula en el ámbito espacial, i. e., donde se ejecuta el experimento, en tanto que las dos últimas nos dan las mismas mediciones pero a nivel de pixeles en el marco de la pantalla del computador.

Para ejecutar las mediciones se tomó como origen del referencial la 1ª posición de la pelota, por ello la primera medición reporta: $x = y = 0$. A partir de ésta, se establece el eje x positivo hacia la derecha y el eje y positivo hacia abajo. El carácter unidimensional del movimiento se ve claramente en los resultados que se obtienen para la coordenada x (primera columna de la tabla mostrada en la Figura 2) por ello, las variaciones de x con el tiempo carecen de interés físico, sólo indican que la pelota cae a la superficie siguiendo una línea vertical; por el contrario, las variaciones de y con el tiempo describen las características de éste movimiento.

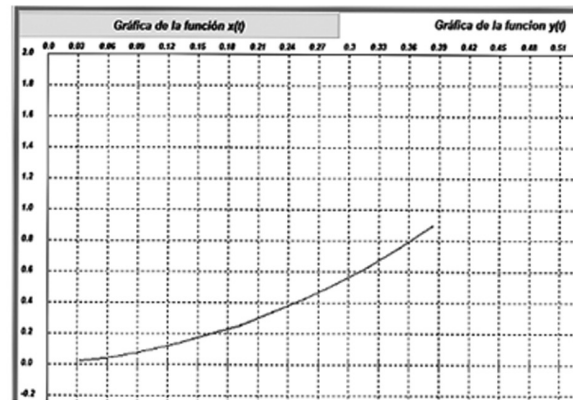


Figura. 3. Gráfica de los resultados experimentales.

La Figura 3⁶, muestra la gráfica de los 13 puntos (t , y) obtenidos experimentalmente, cuyos valores se encuentran tabulados en la Figura. 2.

La gráfica pone en evidencia el carácter no lineal del fenómeno, por tanto se propone como modelo:

$$y(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 \tag{1}$$

a_0 , a_1 y a_2 son parámetros a determinar.

El primero, a_0 , se obtiene considerando las condiciones iniciales del movimiento, es decir, si en la ecuación (1) $t = 0$, entonces: $y(0) = a_0 = 0$.

Los parámetros a_1 y a_2 se obtienen valorando la ecuación (1) en dos puntos (t, y) medidos experimentalmente, sean estas mediciones las que corresponden al 5° y 10° fotogramas, entonces los valores de la variable dependiente y , se leen directamente de la segunda columna, renglones 5° y 10° de la tabla presentada en la figura 2, debe puntualizarse que **la selección de estos puntos es completamente arbitraria**; en tanto los instantes correspondientes son: $4\Delta t = 0.127$ para el primero y $9\Delta t = 0.318$, para el segundo, donde $\Delta t = 0.0318$ s es el tiempo entre fotografías y se han redondeando los datos hasta la tercera cifra significativa, resultando: $P_5 (0.127, 0.129)$ y $P_{10} (0.287, 0.516)$, mismos que al sustituirlos en (1) nos llevan a las ecuaciones:

$$\begin{cases} 0.129 = 0.127 a_1 + 0.016 a_2 \\ 0.516 = 0.287 a_1 + 0.082 a_2 \end{cases} \dots \quad (2)$$

La solución a este sistema: $a_1 = 0.397$ y $a_2 = 4.915$, lleva a (1) a tomar la forma:

$$y(t) = 0.397t + 4.915t^2 \dots \quad (3)$$

Luego se ajusta la curva aplicando el análisis variacional numérico que nos proporciona CMDE.

El ajuste de los parámetros a_1 y a_2 los ejecuta el software de la manera siguiente: se consideran 9 variaciones de cada parámetro al nivel de la 3ª cifra significativa, lo que conforma 81 curvas variadas con respecto a la curva (3), para cada variación el software procede a calcular los errores $e(j) = y_{IT} - y_{j \text{ Exp}}$ cometidos en cada medición relativos a los valores teóricos correspondientes, $j = 1, \dots, 13$, y con estos datos, procede a calcular la desviación estándar de cada curva variada, proporcionando aquellos valores de los parámetros que generan un modelo ajustado, precisamente aquel para el cual los datos experimentales tiene una desviación estándar mínima. Los valores proporcionados son: $a_1 = 0.401$ y $a_2 = 4.918$, con estos valores se propone como el mejor modelo que explica al fenómeno a:

$$y(t) = 0.401t + 4.918t^2 \dots \quad (4)$$

Comparación con la teoría

El movimiento de un cuerpo de masa m , en caída libre en las inmediaciones de la superficie de la tierra obedece a la ecuación [1], [2]:

$$m\ddot{y} = mg \dots \quad (5)$$

En esta ecuación m puede eliminarse, por ello se establece que todo cuerpo, sin importar su masa, en la superficie terrestre cae con un aceleración constante g , cuyo valor en el ecuador, a nivel del mar y sin perturbaciones ambientales es 9.81 m/s^2 , valor que, después de múltiples verificaciones experimentales ha sido adoptado como correcto. La ecuación diferencial (5) tiene como solución [3]:

$$y(t) = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}gt^2 \dots \quad (6)$$

Donde y_0 representa la posición inicial del cuerpo, v_0 la velocidad del objeto en su posición inicial y g la aceleración de la gravedad local. Tomando a y_0 como 0, la posición en que iniciamos el análisis del movimiento, la ecuación (6) queda como:

$$y(t) = v_0 t + \frac{1}{2}gt^2 \dots \quad (7)$$

Ecuación que coincide con el modelo experimental propuesto (4) para explicar el fenómeno

RESULTADOS

La comparación de las ecuaciones (4) y (7) nos muestran que el parámetro que denotamos como a^2 , no es más que la mitad de la gravedad, es decir:

$$g = 2a_2 = 9.836 \dots \quad (8)$$

Valor que presenta un error porcentual del 0.27%, es decir, una aproximación bastante aceptable al valor comúnmente admitido de 9.81 m/s^2 . Sin embargo, dada la precisión que proporciona el software CMDE, puede el error experimental no ser tal, pues debe considerarse que no estamos en el ecuador ni a nivel del mar y estos factores: la distancia del objeto desde el centro

de la tierra y la fuerza de Coriolis, afecta al valor de g .

Considérese un resultado adicional del experimento: la velocidad inicial del objeto: $v_0 = 0.401 \text{ m/s}$.

CONCLUSIONES

- Se midió con gran precisión el valor de la intensidad gravitacional local (en Tuxtla Gutiérrez) llegándose al valor de 9.836 m/s^2 , arrastrándose un error experimental del orden de 0.27%.
- El software "Captación y Modelación de Datos Experimentales" CMDE, herramienta central en la metodología de trabajo, mostró ser lo suficientemente eficiente para efectuar mediciones de posición con alta precisión, lo cual coadyuva en la modelación matemática de fenómenos físicos. Mostró además la posibilidad de ejecutar experimentos de manera económica; para el presente experimento sólo se usaron: un teléfono celular, un pliego de cartulina, una pelotita compacta de plástico, una computadora personal y el apoyo del software CMDE.
- Se abre la posibilidad de generar paquetes de prácticas de laboratorio, para diversas áreas de la física y que den al estudiante de física o ingeniería una comprensión sólida de los aspectos teórico-prácticos de su formación es decir, que acerquen su formación teórica en ciencias físicas e ingeniería con la base fenomenológica correspondiente.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Resnick, R. et al. (1993). FÍSICA, Vol I. Compañía editorial Continental. 2ª Ed. México.
- [2] Serway, R. A. & Jewerr, Jr, J. (2008). FÍSICA para ciencias e ingeniería. Cengage Learning Editores, S.A. de C.V. 2ª Ed. México.
- [3] Coddington E. 2008. Introducción a las ecuaciones diferenciales ordinarias. Compañía Editorial Continental, S.A. 2ª Imp. México.