

MODELADO DEL DAÑO EN ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO

..... Gelacio Juárez L.¹, Eber A. Godínez D.²

RESUMEN

En este artículo se estudian tres ejemplos del modelado numérico de elementos de concreto reforzado. El concreto se discretiza con elementos finitos tridimensionales de ocho nodos. Por otra parte, el acero de refuerzo se discretiza con elementos unidimensionales con dos nodos, considerando acoplamiento perfecto entre el acero de refuerzo y el concreto. Se concluye que, aunque el modelado numérico no sustituye las pruebas experimentales, éste es una herramienta mediante la cual es posible obtener información valiosa, como son las zonas más esforzadas de las estructuras y su evolución al colapso.

Palabras clave: Elementos finitos, concreto reforzado, modelado numérico, evolución al colapso.

ABSTRACT

Three different examples of numerical modeling for reinforced concrete members are studied in this paper. The concrete is discretized using three-dimensional finite elements with eight nodes. Whereas, steel reinforcement is discretized using unidimensional elements with two nodes, in which perfect bond between concrete and steel was assumed. It is concluded that, although the numerical modeling does not replace experimen-

tal tests, it is a suitable tool that can provide valuable information regarding maximum stressed areas of the structures as well as their evolution to collapse.

Keywords: Finite elements, reinforced concrete, numerical modeling, evolution to collapse.

INTRODUCCIÓN

La mecánica computacional es de utilidad para modelar estructuras desde su comportamiento lineal hasta el intervalo no lineal, y en su caso el colapso. El modelado numérico proporciona las zonas donde iniciará el agrietamiento o plastificación de los materiales. Además, permite conocer la evolución del daño, el cual puede ocurrir como agrietamiento, líneas de deslizamiento o fracturas, dependiendo del tipo de material.

Actualmente existen programas de cómputo con altas capacidades de modelado (por ejemplo: Diana, Ansys, Abaqus). El programa Diana 9.0 (Diana 2008) utiliza el modelo del agrietamiento distribuido (Rashid 1968, Rots 1988), en el que es posible asignar el valor de la energía de fractura y es capaz de modelar la aparición de grietas en un sólido como múltiples fisuras. Sin embargo, este modelo presenta problemas de dependencia de la malla, atoramiento de esfuerzo y modos cinemáticos falsos. El programa Ansys 12.0 (Ansys 2009) utiliza una superficie de daño que considera una resistencia distinta del concreto en tensión y en compresión, congruente con el comportamiento reportado en pruebas de laboratorio (Kupfer y Gerstle, 1973).

En el intento por desarrollar formulaciones independientes del tamaño de la malla, Hillerborg et al. (1976) propuso el método del agrietamiento discreto, en el que se debe realizar un análisis de esfuerzos previo para conocer anticipadamente la posible ubicación y trayectoria de las grietas, lo que hace que los resultados sean dependientes de la malla. Otro

¹ Profesor-investigador, Departamento de Materiales-Universidad Autónoma Metropolitana. Email: gjl@azc.uam.mx

² Profesor investigador, Universidad Autónoma de Chiapas, Facultad de Ingeniería, Boulevard Belisario Domínguez Km # 1081, Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México, Email: eber.godinez@unach.mx .

modelo alternativo se conoce como localización de deformaciones (Oliver 1996, Armero y Garikipati 1996, Juárez y Ayala 2009), el cual considera que solamente puede propagarse una grieta por elemento, tal que al presentarse múltiples fisuras, la propagación de las grietas es computacionalmente costosa.

En este artículo se emplea el software Ansys (Ansys 2009) para la solución numérica de tres problemas planteados, los cuales son de interés dentro del campo de la ingeniería civil. En todos los casos se utilizan elementos finitos sólidos hexaédricos de ocho nodos (Solid65) para discretizar el concreto y elementos tipo barras (Link8) para discretizar el acero de refuerzo. Los elementos tipo barra se colocaron a lo largo de los bordes de los elementos sólidos, conectándose en sus nodos extremos. Se utilizó una superficie de daño con diferentes umbrales en tensión y en compresión para representar el comportamiento constitutivo del concreto, mientras que el endurecimiento del acero de refuerzo se idealiza con un modelo de plasticidad unidimensional de Von Mises.

METODOLOGÍA

Discretización

Los modelos se realizaron en el programa de elementos finitos Ansys12.0. El concreto se discretizó con elementos finitos sólidos tipo Solid65, el cual es un hexaedro de ocho nodos, como se muestra en la Figura 1a. Este elemento modela de manera distribuida el agrietamiento en tensión y aplastamiento en compresión. Por otra parte, el acero de refuerzo longitudinal y transversal se discretizó con elementos finitos tipo Link8, el cual es unidimensional lineal, como se muestra en la Figura 1b. A este elemento unidimensional se le asignó el modelo de plasticidad de Von Mises. Ambos elementos finitos tienen tres grados de libertad traslacional por nodo, así como la capacidad de representar deformaciones grandes.

Modelos constitutivos

Para modelar el comportamiento del concreto se utilizó un modelo de daño con diferente umbral en tensión y en compresión, el cual fue propuesto por William y Warnke (1975), consistente con el comportamiento constitutivo experimental reportado en la literatura, como se muestra en la Figura 2a. El concreto considera el ablandamiento por deforma-

ción después de alcanzar el esfuerzo último; el cual se idealizó con una función lineal (Figura 2b). Los esfuerzos principales con mayor importancia se encuentran en las direcciones x e y , representadas por σ_{xp} y σ_{yp} , respectivamente. Se muestran tres superficies de fluencia como proyecciones en los planos σ_{xp} - σ_{yp} . El modo de falla depende del signo de σ_{zp} (esfuerzo principal en la dirección z). Por ejemplo, si σ_{xp} y σ_{yp} son negativos (compresión) y σ_{zp} es positivo (tensión), se podría predecir un agrietamiento en una dirección perpendicular a σ_{zp} . Sin embargo, si σ_{zp} es cero o negativo, la falla del material será por aplastamiento (ANSYS 2009).

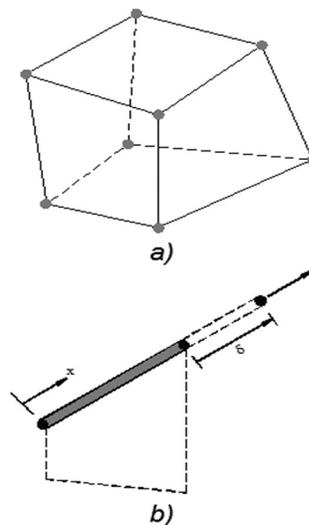


Figura 1. Elementos finitos: a) hexaedro y b) unidimensional (ANSYS 13.0)

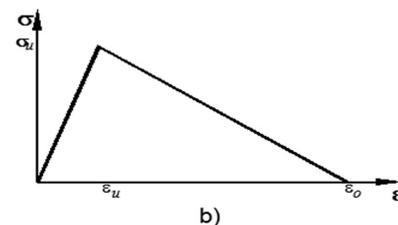
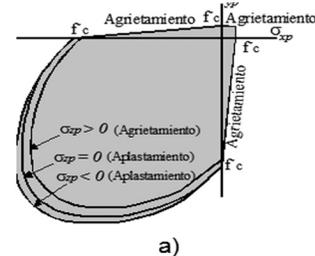


Figura 2. Modelo constitutivo del concreto: a) superficie de falla y b) ablandamiento por deformación (Ansys 2009)

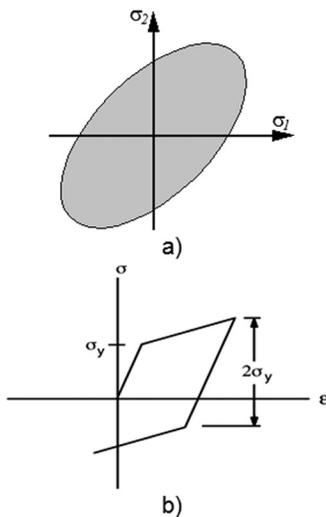


Figura 3. Modelo constitutivo del acero: a) superficie de falla y b) endurecimiento (Ansys 2009)

Para modelar el acero de refuerzo se utilizó un modelo de plasticidad con superficie de fluencia de Von Mises, en el cual se asume el mismo umbral en tensión y compresión, como se muestra en la Figura 3a; el endurecimiento se idealizó como una función bilineal, como se muestra en la Figura 3b.

EJEMPLOS DE APLICACIÓN

Bloque de concreto con varilla de refuerzo embebida

Este ejemplo consiste de un bloque de concreto con una barra de refuerzo embebida de una pulgada de diámetro (Figura 4), la cual se somete a un proceso de tensión uniaxial en ambos extremos. La carga de tensión se induce mediante desplazamientos aplicados gradualmente en la barra de refuerzo. Las propiedades del concreto son: módulo elástico $E=26,000$ MPa (265,126 kg/cm²), relación de Poisson $\nu=0.2$, esfuerzo máximo a tensión $\sigma_u=3$ MPa (30.6 kg/cm²), esfuerzo máximo a compresión $\sigma_c=30$ MPa (306 kg/cm²), energía de fractura $G_f=0.01$ Nm/mm² (0.1 kgm/cm²). Las propiedades del acero de refuerzo son: módulo elástico $E=200$ GPa (2,039,432.43 kgf/cm²), esfuerzo de fluencia $f_y=470$ MPa (4792.7 kg/cm²), relación de Poisson $\nu=0.3$, esfuerzo máximo a tensión $\sigma_u=520$ MPa (5,302.5 kgf/cm²), área $A=5.07$

cm², módulo de endurecimiento $H=6832.1$ kgf/cm², deformación a la que inicia el endurecimiento por deformación 2.2%.

En la Figura 5a se muestra la malla estructurada en 3D formada de elementos hexaedro de ocho nodos con ocho puntos de integración de Gauss. Por simetría del bloque, se modeló sólo una cuarta parte, aunque también se puede modelar sólo un octavo del bloque considerando los tres planos de simetría. En la Figura 5b se muestran los desplazamientos en la dirección de aplicación de la carga, observándose claramente un cono de falla en la parte vecina a la barra. En la Figura 6 se presenta una comparación de los resultados numéricos obtenidos con los resultados experimentales presentados por Goto (1972). Se observa que los resultados numéricos obtenidos son consistentes con los experimentales.

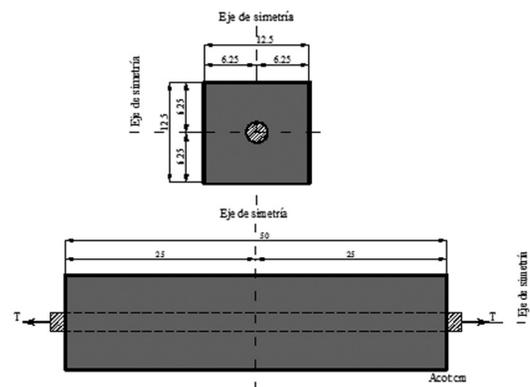


Figura 4. Geometría de bloque con barra embebida

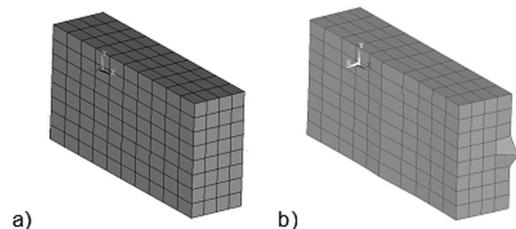


Figura 5. Malla en 3D para modelado: a) no deformada y b) dañada

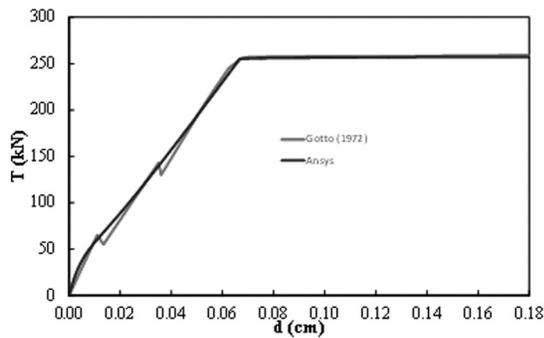


Figura 6. Diagramas carga-desplazamiento

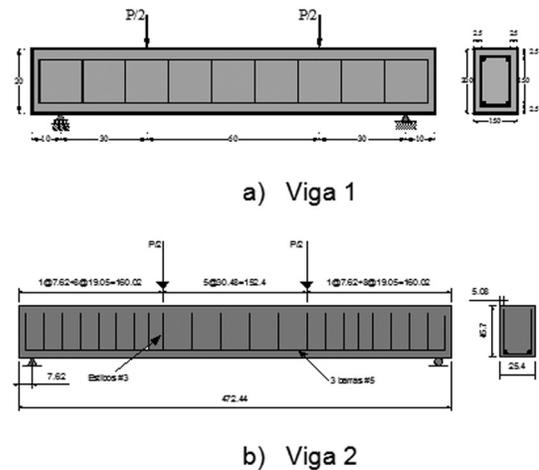


Figura 7. Vigas de concreto reforzado

Vigas sujetas a cargas concentradas

En esta sección se presentan dos ejemplos de vigas de concreto reforzado simplemente apoyadas. La primera viga fue probada experimentalmente por Xiao et al. (2012). La viga tiene una longitud de 130 cm y una sección transversal de 15 x 20 cm, como se muestra en la 7a. La viga está reforzada longitudinalmente con cuatro barras de acero de 1.2 cm de diámetro; además, la viga está reforzada con estribos con 0.6 cm de diámetro a cada 15 cm, los cuales están separados a cada 15 cm.

La segunda viga fue estudiada experimentalmente por Foley y Buckhouse (1998). En este caso, la viga tiene una longitud de 472.44 cm y una sección transversal de 25.4 x 45.7 cm. La viga está reforzada longitudinalmente con 3 barras de acero #5; y cuenta con estribos #3 en forma de "U", los cuales están dispuestos conforme a lo indicado en la Figura 7b.

Las propiedades mecánicas del concreto y del acero de refuerzo consideradas en cada viga se resumen respectivamente en las tablas 1 y 2. En estas tablas, E es el módulo de elasticidad, ν la relación de Poisson, σ_u el esfuerzo máximo a tensión, σ_c el esfuerzo máximo a compresión, f_y el esfuerzo de fluencia y H el módulo de endurecimiento. La deformación a la que inicia el endurecimiento por deformación es de 2.2%.

Al igual que lo realizado en el primer ejemplo, dada la simetría de las vigas (geometría, condiciones de apoyo y carga), únicamente se discretiza un cuar-

Tabla 1. Propiedades del concreto

Viga	E , MPa (kgf/cm ²)	ν	σ_u , MPa (kgf/cm ²)	σ_c , MPa (kgf/cm ²)
1	14,709.975 (150,000)	0.2	2.542 (25.921)	25.42 (259.212)
2	27,227.92 (277,647.52)	0.3	3.585 (36.56)	33.09 (337.42)

Tabla 2. Propiedades del acero

Viga	E , MPa (kgf/cm ²)	ν	f_y , MPa (kgf/cm ²)	σ_u , MPa (kgf/cm ²)	H , MPa (kgf/cm ²)
1	200 (2,039,432.4)	0.3	320 (3,263.09)	520 (5,302.5)	2,871.09 3 (29,277)
2	200 (2,039,432.4)	0.3	413.69 (4,218.42)		20.00 (203.94)

to de los modelos, como se muestra, de forma ilustrativa para la viga 1, en la Figura 8. Nuevamente se realizaron mallas estructuradas en 3D con elementos hexaedro de ocho nodos con ocho puntos de integración de Gauss. Las barras de acero se discretizaron con elementos barra de dos nodos, cuyos extremos se ensamblan en los nodos de los elementos sólidos de concreto. Para la obtención de la respuesta estructural, expresada en términos de las relaciones carga-desplazamiento, se inducen desplazamientos aplicados gradualmente justo en los puntos de aplicación de las cargas.

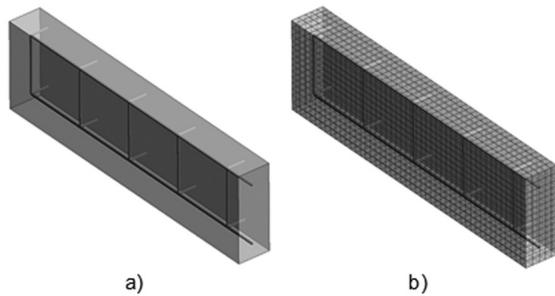
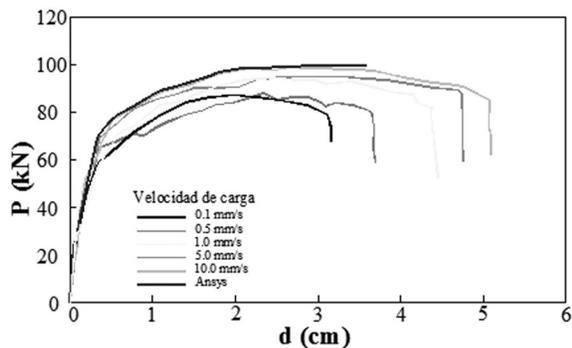
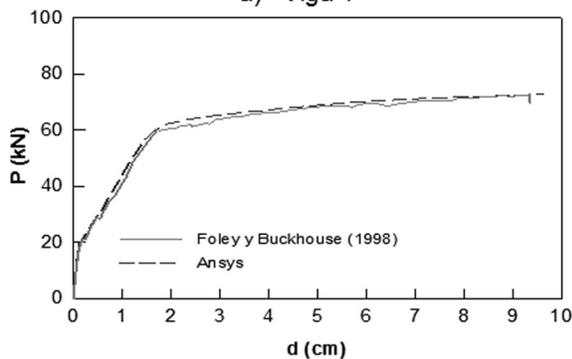


Figura 8. Modelo de viga: a) un cuarto y b) discretización.



a) Viga 1



b) Viga 2

Figura 9. Curvas de la carga contra el desplazamiento

De la Figura 9 se observa que los resultados obtenidos numéricamente para las dos vigas son consistentes con los obtenidos experimentalmente por Xiao et al. (2012) y Foley y Buckhouse (1998), respectivamente. Es importante hacer notar que en los resultados experimentales mostrados en la figura 9a se identifican curvas que corresponden a diferentes velocidades de aplicación de la carga, así como su efecto en la resistencia y capacidad de deformación. El modelo numérico empleado no toma en cuenta la variación de la velocidad en el proceso de carga. La respuesta obtenida numéricamente es congruente con la correspondiente a una velocidad de aplicación de la carga de 10 mm/s. Para la viga 2, en el programa experimental la carga se aplicó a una velocidad de aproximadamente 1.7793 kN/min hasta que ocurrió la falla del miembro.

CONCLUSIONES

En este artículo se presentaron tres ejemplos del modelado numérico de elementos de concreto reforzado. El concreto se discretizó con elementos finitos tridimensionales de ocho nodos y el acero de refuerzo con elementos unidimensionales con dos nodos, considerando acoplamiento perfecto entre el acero de refuerzo y el concreto.

En los tres modelos presentados, las curvas carga-desplazamiento obtenidas numéricamente son congruentes con los resultados experimentales reportados en la literatura, lo cual valida el uso de estos elementos finitos y modelos constitutivos para el estudio de elementos de concreto reforzado. Se observó además, que el considerar los ejes de simetría para modelar sólo una parte de la estructura reduce el tiempo de cómputo, el cual puede ser significativo en modelos que tiene un mayor número de ecuaciones por resolver.

Aunque el modelado numérico no sustituye las pruebas experimentales, éste proporciona información valiosa, por ejemplo: las zonas más esforzadas de los elementos, así como donde ocurrirán agrietamientos (y los niveles de carga o esfuerzos asociados) y plastificación. Asimismo, es útil para contar con información previa sobre el comportamiento estructural esperado para el diseño de pruebas experimentales. Además, el modelado numérico permite elaborar estudios detallados de fenómenos particu-

lares (diseño o refuerzo estructural). Por lo anterior, el modelado numérico es una herramienta útil que complementa los resultados experimentales.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece a la Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco por el patrocinio al proyecto titulado Modelado numérico de estructuras en su evolución al colapso. Asimismo, se agradece el apoyo de Conacyt para la elaboración del Proyecto de Investigación de Ciencia Básica No. 258271 "Determinación de rigideces efectivas de elementos estructurales para el análisis por sismo de sistemas diseñados con base en marcos de concreto reforzado".

- Kupfer, H.B.; Gerstle, K.H. (1973), "Behavior of concrete under biaxial stresses", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 99, pp. 853-866.
- Oliver, J. (1996), "Modelling strong discontinuities in solid mechanics via deformation softening constitutive equations, Part 1: Fundamentals y Part 2: Numerical simulation", *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, Vol. 39, pp. 3575-3623.
- Rashid, Y.R. (1968), "Analysis of prestressed concrete pressure vessels", *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 7(4), pp. 334-344.
- Rots, J.G. (1988), "Computational modeling of concrete fracture", Tesis de doctorado, Universidad de Tecnología de Delft, Holanda, p.132.
- Xiao S.; Cao, W.; Pan, H. (2012), "Experiment of reinforce concrete beams at different loading rates", *Proceedings of the 15 World conference on Earthquake Engineering*, Lisboa, Portugal, Vol.4, pp. 2699-2706.

REFERENCIAS

- Ansys (2009), "Ansys 12.0.1", Ansys Inc. Estados Unidos, 2009.
- Armero, F.; Garikipati, K. (1996), "An analysis of strong discontinuities in multiplicative finite strain plasticity and their relation with the numerical simulation of strain localization in solids." *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 33, pp. 2863-2885.
- Diana (2008), "Diana 9.0: Finite element analysis", TNO DIANA BV, Holanda.
- Goto, Y. (1972), "Cracks formed in concrete around deformed tension bars." *ACI Journal*, Vol. 68(4), pp. 244-251.
- Foley, C.M.; Buckhouse, E.R. (1998), "Strengthening existing reinforced concrete beams for flexure using bolted external structural steel channels", Reporte MUST-98-1, Marquette University, Department of Civil and Environmental Engineering, enero.
- Hillerborg, A.; Modeer, M.; Petersson, P.E. (1976), "Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements", *Cement and Concrete Research*, Vol. 6(6), pp. 773-782.
- Juárez, G.; Ayala, A.G. (2009), "Variational formulation of the material failure process in solids by embedded discontinuities model", *Numerical Methods for Partial Differential Equations*, Vol. 25, pp.26-62.