LAS DIFERENCIALES EN EL CAMPO DE LA HIDRÁULICA, UNA PROPUESTA DIDÁCTICA

THE DIFFERENTIALS IN THE FIELD OF HYDRAULICS, A DIDACTIC PROPOSAL

Erivan Velasco N., Carlos Escobar V. [1]

RESUMEN

El presente artículo describe como a través de un prototipo didáctico, se pueden considerar las componentes epistemológicas y cognitivas de las diferenciales, para determinar el momento de torsión, el cual es utilizado, para obtener especificidades propias de los fluidos, como la viscosidad. La metodología para utilizar es la experimental, ya que se pueden obtener parámetros más cercanos a lo que marca la teoría conforme se vayan realizándose nuevas modificaciones al prototipo. Para la fundamentación teórica se plantea una configuración de diversos aspectos, los cuales son tomados de distintas áreas del conocimiento.

Palabras clave: Diferenciales, Mecánica de Fluidos, Arduino y Sensores.

ABSTRACT

The present article describes how, through a didactic prototype, the epistemological and cognitive components of the differentials can be considered, to determine the torsion moment, which is used, to obtain specific characteristics of the fluids, such as viscosity. The methodology to use is the experimental one, since parameters closer to what the theory marks can be obtained as new modifications to the prototype are made. For the theoretical foundation there is a configuration of various aspects, which are taken from different areas of knowledge.

Keywords: Differentials, fluid mechanics, arduino and sensors.

INTRODUCCIÓN

La presente es una propuesta que considera varios aspectos del conocimiento como la diferencial, la cual es un concepto de las ciencias básicas que puede tener cabida en estructuras que se ven en semestres avanzados de la licenciatura en Ingeniería Civil (IC). Otros aspectos a considerar, son el uso de microcontroladores programables como la tarjeta Arduino, sensores electrónicos y actuadores como los motores de corriente directa, en un campo como la hidráulica que se encuentra inmersa en la IC. Se pueden utilizar las diferenciales en el proceso que permita obtener valores del momento de torsión de un cuerpo que gira en un recipiente con el mismo contorno de dicho cuerpo, donde se encuentra el fluido, y así conocer variables como la viscosidad del mismo. Se puede decir que el concepto de diferencial puede articularse mediante el prototipo didáctico con otros aspectos del conocimiento. Contrastando con la forma en la que se enseñanza en los salones de clases, donde se privilegian aspectos analíticos . El plantear el uso de las diferenciales desde este enfoque sistémico permitirá un aprendizaje significativo de este concepto matemático.

METODOLOGÍA

La experimentación es una metodología de investigación en el método científico. Según Hernández

[1]Profesores de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Chiapas.

(2010:121) denomina a los experimentos como estudios de intervención, porque un investigador genera una situación para tratar de explicar cómo afecta a quienes participan en ella en comparación con quienes no lo hacen. Siguiendo a Hernández (2010), expone que es posible experimentar con seres humanos, seres vivos y ciertos objetos. Los experimentos manipulan tratamientos, estímulos, influencias o intervenciones (denominadas variables independientes) para observar sus efectos sobre otras variables (las dependientes) en una situación de control. Según este mismo autor esto se da de la siguiente manera, tal y como se ilustra en la Figura 1:

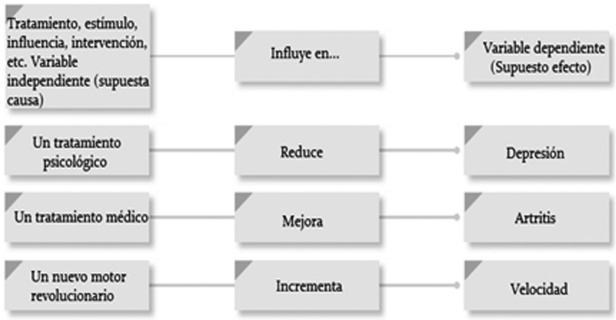

Figura 1. Ejemplos de variables. Fuente: Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio (2010, pág. 122)

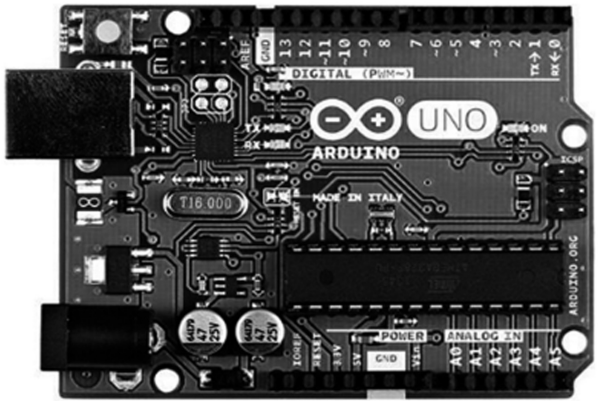

Figura 2. Tablero de Arduino UNO. Fuente: Arduino (2018)

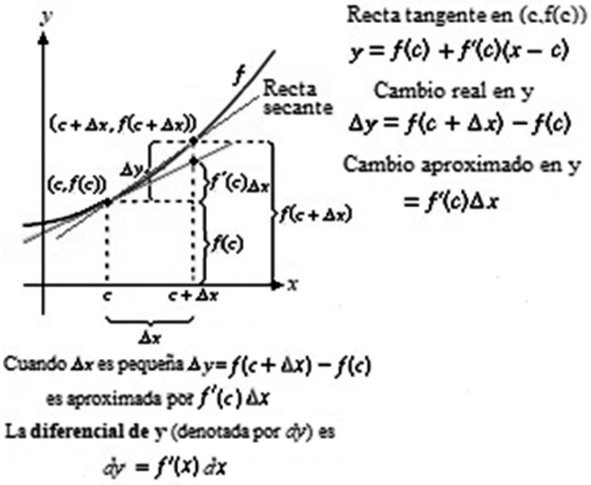

Figura 3. Extracto de un libro de cálculo. Fuente: Larson & H. Edwards (2010, pág. 236)

Al utilizar prototipos que incorporen Arduino, actuadores como motores de corriente directa o motores paso a paso y sensores, consideramos se puede incrementar las habilidades y conocimientos en los estudiantes que cursan la IC al retomar conceptos de la matemática, programación, electrónica, y la ingeniería en la construcción de un prototipo didáctico para la medición de una variable de la hidráulica, por mencionar algunas disciplinas.

ASPECTOS CONCEPTUALES

Para el desarrollo del prototipo didáctico, se considera emplear microcontroladores como la placa Arduino el cual tiene que programado, aspectos matemáticos, aspectos electrónicos como los actuadores y sensores, desde el aspecto de la hidráulica el cálculo del momento de torsión que permitirá calcular la viscosidad del fluido que se vierta en el prototipo didáctico.

El Arduino es un tablero de programación que hace uso de un microcontrolador, por ejemplo, el Arduino UNO, el cual hace uso del microcontrolador ATmega328, tal y como se ve en la Figura 2.

Con respecto a los epistemológico, encontramos que en la escuela es común encontrar el concepto de diferencial relacionado a los siguientes aspectos.

Lo que se visualiza en la escuela, podemos men-

cionar lo utilizado en los libros de cálculo diferencial e integral, los cuales abordan este concepto a través del tránsito de la pendiente de la recta secante hacia la recta tangente a la curva, un ejemplo de esto es mostrado en la Figura 3.

El prototipo didáctico pretende incorporar la fundamentación matemática que pueda existir al diseñarlo. Se plantea que esto se base en la forma geométrica que se utiliza en el recipiente del prototipo. Por ello es importante el plantear una forma específica para el cálculo del momento en un fluido, así como el arco de la semiesfera, a partir de características propias de éste. Así una posible propuesta para el diseño de un prototipo didáctico para determinar la para viscosidad de algún fluido, consistirá en un planteamiento como el mostrado en la Figura 4.

Se muestra un cojinete de empuje esférico. El claro entre el miembro esférico y el alojamiento es de ancho constante h. Obtenga y grafique una expresión algebraica para el momento de torsión del miembro esférico, como una función del ángulo (arco) ∝ .

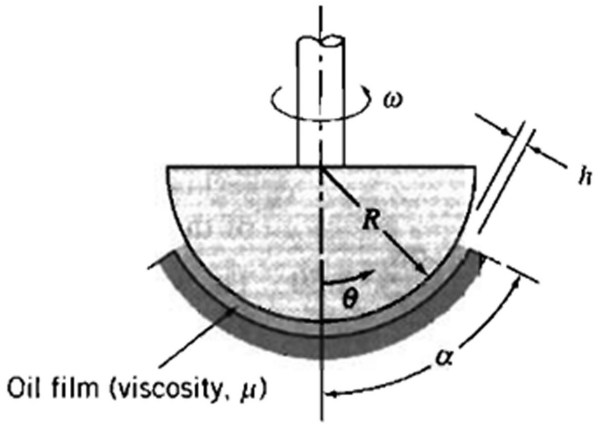

Figura 4. Cojinete Esférico. Fuente: Fox, McDonald, & Pritchard, (2004, pág. 50)

En este caso se parte de la ecuación de Newton para la viscosidad (Fox, McDonald, & Pritchard, 2004, pág. 28), que es para fluidos newtonianos.

$$\tau = \mu \frac{dv}{dh} \dots\dots \quad (1)$$

Pero también se sabe que la viscosidad puede ser calculada mediante la relación que involucra al esfuerzo cortante (C. Hibbeler, 2011, pág. 23)

$$\tau = \frac{F}{A} \dots\dots \quad (2)$$

Por lo tanto

$$\frac{F}{A} = \mu \frac{dv}{dh}$$

Despejando a la fuerza de la relación anterior, se obtiene

$$F = \mu A \frac{dv}{dh} \dots\dots \quad (3)$$

Si se considera que hay muy poca variación en las diferenciales, es decir $\frac{dv}{dh} = \frac{v}{h}$, entonces la relación anterior se vuelve

$$F = \mu A \frac{v}{h} \dots\dots \quad (4)$$

Se sabe que el momento es (C. Hibbeler, Ingeniería Mécanica Estática, 2010, pág. 118)

$$M = Fr \dots\dots \quad (5)$$

Donde
F= Fuerza
r= brazo de palanca

Entonces se obtiene la siguiente ecuación (6), si se sustituye la ecuación (4) en la (5)

$$M = \mu A \frac{v}{h} r \dots\dots \quad (6)$$

Donde:
π = relación de viscosidad absoluta
A = área
v = velocidad del fluido
h= claro entre el miembro esférico y el alojamiento

donde se encuentra el fluido (h en la Figura 4), se propone que el recipiente debe tener el mismo contorno que la figura geométrica que girará para mantener el valor de *h* como constante.

De la Figura 4 también se puede obtener una relación para el brazo de palanca r, el radio (*R*) de la semiesfera y al ángulo θ.

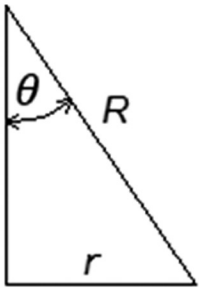

Figura 5. Relación entre el brazo de palanca con el radio de la semiesfera

$$r = R sen\, \theta \ldots \ldots \quad (7)$$

Si se consideran incrementos del momento con respecto a la superficie del área de contacto de la semiesfera se obtendría

$$dM = \mu \frac{v}{h} r dA \ldots \ldots \quad (8)$$

Dicha semiesfera si se visualiza como un el sólido de revolución que se configura al hacer girar la curvatura α sobre el eje Y del espacio. Así como se observa en la Figura 6.

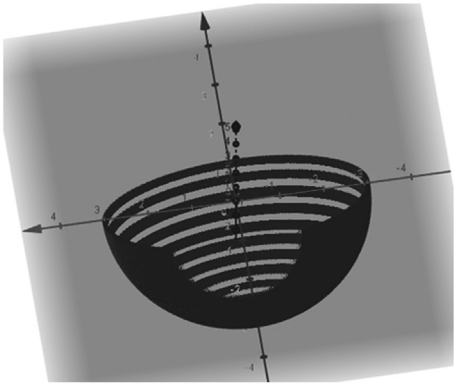

Figura 6. Solido de revolución obtenido haciendo girar la función $y = -\sqrt{R^2 - x^2}$ *sobre el Eje Y con GeoGebra y proponiendo un valor para R.*

También se sabe que

$$v = wr \ldots \ldots \quad (9)$$

w= velocidad angular
r= brazo de palanca

Sustituyendo en la ecuación (9) en la ecuación (8)

$$dM = \mu \frac{wr}{h} r dA \ldots \quad (10)$$

Al ver la figura

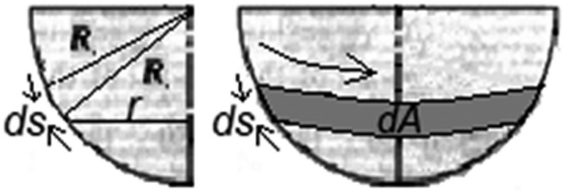

Figura 7. Visualización de la diferencial de área (dA) para la semiesfera a partir de la rotación del semicírculo.

Se puede obtener una expresión para obtener el área superficial con respecto al incremento del contorno *ds*.

$$dA = (circunferencia) ds \ldots \quad (11)$$

Pero la *circunferencia=2π(radio)*, y ya que el brazo de palanca también es un radio de la esfera, solo a que distintas alturas. Como lo podemos observar en la Figura 8.

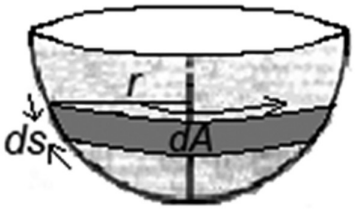

Figura 8. La ds sobre la semiesfera

Entonces la circunferencia se puede colocar en función del brazo de palanca, por lo tanto dA=(2πr)ds…

$$dA = (2\pi r)ds \ldots \quad (12)$$

También existe una relación entre lo que es el arco de la semiesfera, el radio (R) y el ángulo θ, tal y como se ve en la Figura 9.

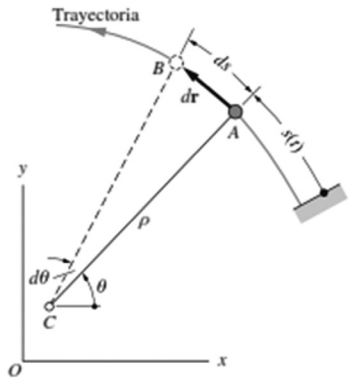

Figura 9. relación entre el contorno de la semiesfera, el radio de la misma y la diferencial del ángulo. Fuente: (Pytel & Kiusalaas, 2010, pág. 70).

$$ds = Rd\theta \ldots \quad (13)$$

La relación (12) se vuelve

$$dA = (2\pi r)Rd\theta \ldots \quad (14)$$

Si recordamos la ecuación (7), la ecuación (14) se vuelve

$$dA = 2\pi(Rsen\,\theta)Rd\theta$$

$$dA = 2\pi R^2 sen\,\theta d\theta \ldots \quad (15)$$

Obteniéndose la siguiente expresión si sustituimos la ecuación (15) y (7) en la ecuación (10)

$$dM = \mu\frac{w(R\ sen\theta\ )}{y}(R\ sen\ \theta)(2\pi R^2 sen\ \theta d\theta)$$

Integrando esta última expresión a ambos lados, y proponiendo que el ángulo θ tenga una variación de desde cero hasta la longitud de arco α.

$$dM = \frac{2\pi\mu wR^4}{h}((sen\ \theta)^3 d\theta)$$

$$\int_0^M dM = \frac{2\pi w\mu R^4}{h}\int_0^\alpha (sen\ \theta)^3 d\theta$$

Obteniéndose la siguiente expresión que define el momento de torsión con respecto al arco de la semiesfera.

$$M = \frac{2\pi w\mu R^4}{h}\left[\frac{cos^3\alpha}{3} - \cos\alpha + \frac{2}{3}\right]$$

En el aspecto de los sensores y actuadores, se pueden utilizar de diversos tipos, por ejemplo en la figura 10, se puede observar el uso de sensores de tipo magnético en el prototipo de viscosímetro para la verificación de la calidad de la pintura.

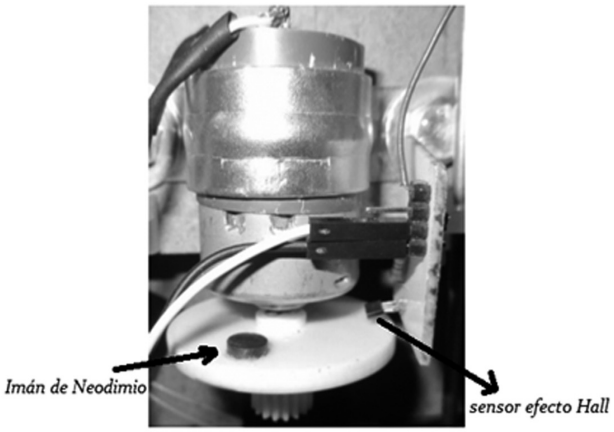

Figura 10. Sensores magnéticos en el prototipo de sensor de viscosidad para la verificación de la calidad de la pintura. Fuente: Sánchez González (2015, pág. 39)

Otro tipo de sensores que pueden ser utilizados sería los optoelectrónicos como se puede observar en el prototipo de la Figura 11.

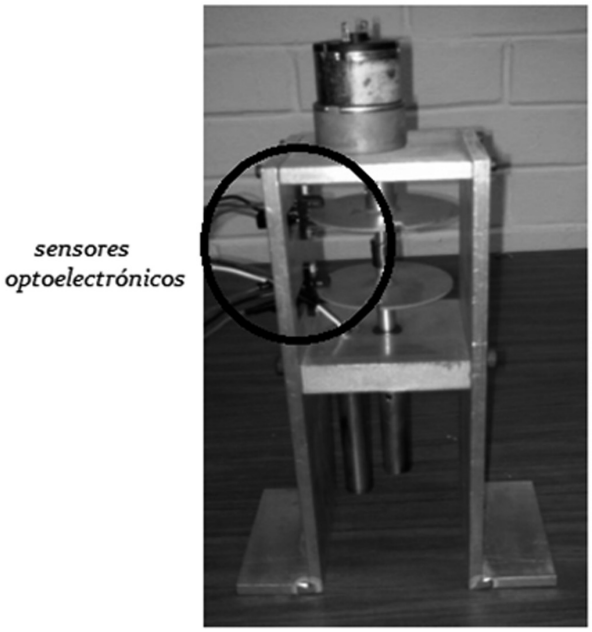

Figura 11. Prototipo construido para la medición de la viscosidad con base en un PIC18F4550. Fuente: Peña Martínez (2012, pág. 31)

En ambos prototipos se utilizan motores de corriente continua para generar un giro en los discos de ambos prototipos.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El proceso de ver a la diferencial sin separación de los contextos que le dan sentido desde su carácter variacional es una estrategia didáctica que permitirá un aprendizaje significativo. Esto se pretende que ocurra cuando los estudiantes realicen un tránsito entre la visualización de la diferencial y su aplicación en un contexto físico determinado, construyendo para ello un prototipo que intente determinar el momento de torsión a partir del análisis del contorno del elemento que rota al interior de un recipiente, midiendo datos como velocidad angular, radio del círculo y longitud de arco, si el cuerpo que se usa es el de una semiesfera y se visualiza como la rotación de un semicírculo.

Es un proceso que fundamentará a otros aspectos como el de la viscosidad de un fluido y que podríamos implementar para distintas figuras geométricas, como cilindros (rectángulo rotatorio) o conos (triángulo rotatorio). Las cuales configurarían cuerpos al interior de recipientes donde el fluido en cuestión puede estar en movimiento. Y determinar la viscosidad y el momento para vencer la fuerza viscosa. Sin importar el recipiente, la viscosidad deber ser aproximadamente la misma, ya que se representa por una cantidad escalar para determinado fluido.

Se puede incorporar dispositivos electrónicos como el Arduino, el cual consiste en una placa donde se tiene un microcontrolador programable y sensores fotoeléctricos o magnéticos para poder medir ciertas variables en los distintos recipientes e incorporar el análisis con diferenciales para obtener el momento que permite vencer a la fuerza viscosa propia del fluido en cuestión.

Un ejemplo, pensando a futuro sobre esta incorporación de dispositivos electrónicos para aplicaciones de la IC para el aspecto didáctico es el representado en la Figura 12. Donde se planea utilizar microcontroladores como el Arduino y sensores para determinar la velocidad angular u otras variables que sirvan para calcular la viscosidad del fluido, así como el carácter variacional de la diferencial en el cálculo del momento de torsión.

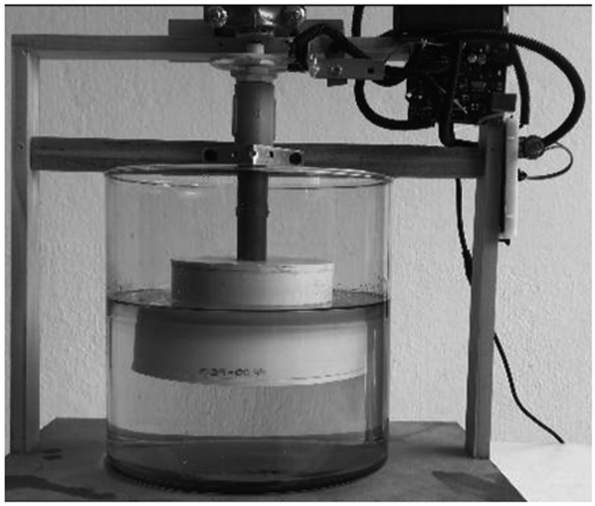

Figura 12. Prototipo usando Arduino para la velocidad y Número de Reynolds, construido por estudiantes de Ingeniería Civil de la Universidad Autónoma de Chiapas.

REFERENCIAS

Arduino. (28 de Noviembre de 2018). Arduino. Obtenido de Arduino: https://store.arduino.cc/usa/arduino-uno-rev3

C. Hibbeler, R. (2010). Ingeniería Mécanica Estática (Decimosegunda ed.). México D.F.: PEARSON EDUCACIÓN.

C. Hibbeler, R. (2011). Mécanica de Materiales (Octava ed.). Distrito Federal, México: PEARSON EDUCACIÓN.

Fox, R. W., McDonald, A. T., & Pritchard, P. J. (2004). Introduction to Fluid Mechanics. (6 ed.). United States of America: John Wiley & Sons, Inc.

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2010). Metodlogía de la Investigación (Quinta ed.). México D.F.: Mc Graw Hill.

Larson, R., & H. Edwards, B. (2010). Cálculo 1 de una variable (Novena ed.). México, D.F.: Mc Graw Hill. Recuperado el 20 de Octubre de 2018

Peña Martínez, M. Á. (2012). Viscosímetro con base en un PIC18F4550. Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería. México D.F.: Tesis de Licenciatura.

Pytel, A., & Kiusalaas, J. (2010). Ingeniería Mecánica DINÁMICA (Tercera ed.). México D.F.: CENGAGE Learning.

Sánchez González, S. L. (2015). Prototipo de sensor de viscosidad para la verificación de la calidad de la pintura. Instituto Politécnico Nacional, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica. Unidad Profesional “Adolfo López Mateos”. México, D.F.: Tesis de Licenciatura.