

## EFFECTO DE LA CUANTÍA DE REFUERZO LONGITUDINAL EN LA RIGIDEZ EFECTIVA DE SECCIONES DE VIGAS DE CONCRETO REFORZADO

EFFECT OF THE LONGITUDINAL REINFORCEMENT AMOUNT ON THE EFFECTIVE RIGIDITY OF THE REINFORCED CONCRETE BEAM SECTIONS

Eber Alberto Godínez Domínguez<sup>1</sup>, Isidro Velázquez Gutiérrez<sup>2</sup>  
Arturo Tena Colunga<sup>3</sup>

### RESUMEN

*En este artículo se evalúa, a través de los resultados de un estudio paramétrico, la influencia que la cuantía de refuerzo longitudinal tiene en la determinación de la rigidez efectiva de secciones de elementos de concreto sujetos a flexión (vigas). Se concluye que, el efecto de la cuantía de refuerzo longitudinal es de gran relevancia, por lo que debería considerarse para el cálculo de la rigidez efectiva de la sección transversal en elementos de concreto reforzado con fines de diseño sísmico.*

**Palabras Clave:** Elementos de concreto reforzado, cuantía de refuerzo longitudinal, rigidez efectiva.

### ABSTRACT

Through In this paper, the authors summarize the results of a parametric study devoted to assess the influence of tensile reinforcement ratio on the definition of the effective flexural stiffness of reinforced concrete sections subjected to flexure (beams). It is possible to conclude that the tensile reinforcement ratio is one of the most relevant variables in the assessment

of the effective flexural stiffness (Ele) of RC beam sections, and therefore it should be considered as a variable in the determination of the effective stiffness in a section in seismic design procedures.

**Keywords:** Reinforced concrete members, tensile reinforcement ratio, effective flexural stiffness.

### INTRODUCCIÓN

Las vigas de concreto reforzado son elementos de gran importancia dentro de un sistema estructurado con base en marcos de concreto (ampliamente utilizado en estructuras de baja y mediana altura en México), pues en general, estos elementos son los responsables de disipar, mediante daño, la mayor cantidad de energía impuesta por un sismo. Lo anterior, se debe a que en general, durante el proceso de diseño estructural se considera un criterio basado en el principio de columna fuerte-viga débil. Por lo anterior, resulta relevante definir, de la mejor manera posible, algunos parámetros que influyen en su comportamiento y, por ende, deben considerarse explícitamente en su modelado, tanto en análisis lineales como no lineales. La rigidez efectiva a flexión (Ele) de los elementos estructurales es, precisamente, un parámetro de gran relevancia en el modelado de estructuras de concreto reforzado (Duan et al. 1989, Al-Zaid et al. 1991, Paulay y Priestley 1992, Priestley 2003, Khuntia y Ghosh 2004a y 2004b, Elwood y Eberhard 2007, Restrepo et al. 2015), pues la selección del criterio empleado para su definición influye de manera importante en la respuesta estructural calculada (Godínez et al. 2018), así como en los costos de la obra (Godínez et al. 2019).

En México, en las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (NTCC-17 2017), se recomienda que, para tomar en cuenta el efecto del agrietamiento, cuando se apliquen métodos de análisis lineales, las rigide-

<sup>1</sup> Profesor-investigador, Facultad de Ingeniería-Universidad Autónoma de Chiapas. Email: eber.godinez@unach.mx

<sup>2</sup> Exalumno, Facultad de Ingeniería-Universidad Autónoma de Chiapas. Email: isidro\_facultad@hotmail.com

<sup>3</sup> Profesor-investigador, Departamento de Materiales-Universidad Autónoma Metropolitana. Email: atc@azc.uam.mx

ces efectivas de vigas se calculen como el 50% de las rigideces gruesas de las secciones transversales ( $EI_e=0.5EI_g$ ); es decir, que el momento de inercia efectivo ( $I_e$ ) se considera como el 50% del momento de inercia grueso ( $I_g$ ) de la sección transversal.  $E$  es el módulo de elasticidad del concreto.

El criterio empleado para la definición del momento de inercia efectivo en vigas difiere en los reglamentos de diseño del mundo, por ejemplo, en el reglamento del Instituto Americano del Concreto (ACI 318-14 2014) se emplea un factor de 0.35 ( $EI_e=0.35EI_g$ ). Asimismo, en el reglamento de Nueva Zelanda (NZS-06 2006) se consideran factores reductivos diferentes en función de la geometría del elemento, para vigas rectangulares:  $EI_e=0.40EI_g$ ; en tanto que para vigas L o T:  $EI_e=0.35EI_g$ . En las NTCC-17 no se existe diferencia entre vigas de diferente geometría.

Este criterio, en el que en teoría, por medio de factores reductivos se captura de manera cuestionable la rigidez efectiva promedio del elemento estructural, claramente deja de lado los fenómenos físicos que se observan tanto a nivel sección como elemento, pues no considera el proceso real de diseño y carga del elemento y la influencia directa de diferentes variables que influyen de forma importante en la determinación de la rigidez efectiva. Una de estas variables es precisamente la cuantía de refuerzo longitudinal. Por lo anterior, el objetivo de este estudio radica en evaluar y mostrar, de forma clara, la influencia que la cuantía de refuerzo longitudinal ( $\rho$ ) tiene en la determinación de la rigidez efectiva a flexión (en secciones de vigas de concreto reforzado a nivel sección transversal).

## METODOLOGÍA

### Definición de la rigidez efectiva y consideraciones de modelado

Para evaluar la influencia de la cuantía de refuerzo longitudinal ( $\rho$ ) en la determinación de la rigidez efectiva a flexión, se realizó un estudio paramétrico de secciones transversales de concreto reforzado. La rigidez efectiva a flexión,  $EI_e$ , se obtuvo con base en los diagramas momento-curvatura ( $EI_e=M/\phi$ ). Para lo anterior, como recomiendan Paulay y Priestley (1992), se realizó una idealización bilineal de la curva  $M-\phi$ , en que se iguala el área bajo de la curva del

diagrama momento-curvatura ( $M-\phi$ ) y cumple además con la condición de que la curva idealizada y la curva  $M-\phi$  calculada se intercepten en el 75% del momento de fluencia, como se indica en la figura 1.

En este estudio para el modelado del concreto se empleó el modelo modificado de Kent y Park (Scott et al. 1982), basado en el modelo original de Kent y Park (Kent y Park 1971). Asimismo, para el modelado del acero de refuerzo, el modelo esfuerzo-deformación empleado toma en cuenta las características de aceros de refuerzo producidos en México y se basa en el modelo originalmente propuesto por Mander (Rodríguez y Botero 1997).

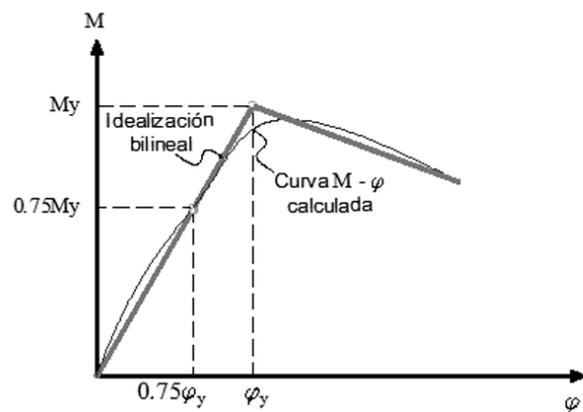


Figura 1. Idealización considerada para el cálculo de la rigidez efectiva a flexión.

### Variables consideradas

Las cuantías de refuerzo se definieron en función del detallado empleado. Para detallado no dúctil o de baja ductilidad ( $Q=2$ ), se consideraron siete cuantías de refuerzo longitudinal en función de la cuantía balanceada ( $\rho_{bal}$ ):  $\rho_{min}=0.7\sqrt{f_c}/f_y$ ,  $0.25\rho_{bal}$ ,  $0.35\rho_{bal}$ ,  $0.45\rho_{bal}$ ,  $0.55\rho_{bal}$ ,  $0.65\rho_{bal}$ ,  $0.75\rho_{bal}$ . Para las vigas con detallado dúctil o de alta ductilidad ( $Q=4$ ), se consideraron seis cuantías: 0.010, 0.0125, 0.0175, 0.020, 0.0225 y 0.025. Los límites inferiores y superiores de cada caso indican los correspondientes a las cuantías mínimas y máximas, respectivamente. El detallado de las secciones transversales se realizó con base en los criterios de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto, versión 2004 (NTCC-04) del Reglamento de Construcciones del Departamento del Distrito Fe-

deral (RCDF-04 2004), los cuales son muy parecidos a los estipulados en la versión de 2017 de dichas normas (NTCC-17).

Es importante hacer notar que en todos los casos, la cuantía de refuerzo en tensión ( $\rho$ ) se consideró ubicada en el lecho superior de la sección, en tanto que la cuantía de refuerzo en compresión ( $\rho'$ ) se consideró alojada en el lecho inferior. Lo anterior corresponde a un armado típico de las zonas extremas de una viga que forma parte de un sistema estructural sujeto a acciones sísmicas de consideración.

Para cada una de las cuantías consideradas se evaluaron además dos relaciones entre las cuantías de refuerzo por tensión y compresión ( $\rho/\rho' = 1.0$  y  $2.0$ ).

Con la finalidad de evaluar el efecto de la geometría de la sección transversal, se estudiaron secciones rectangulares, L invertida y T.

Se consideraron distribuciones de acero de refuerzo realistas, procurando que los arreglos planteados se aproximaran, en la medida de lo posible, a las cuantías de refuerzo teóricas.

## RESULTADOS

Para facilitar la interpretación de los resultados, los valores de la rigideces efectivas ( $EI_e$ ) a nivel sección transversal se normalizaron con respecto a la rigideces no agrietada ( $EI_g$ ), calculadas con base en las propiedades gruesas de la sección correspondiente (rectangulares, L y T). Por lo tanto, las ordenadas de todas las gráficas expuestas en las secciones posteriores representan el factor de rigidez,  $k$ , definido conforme a la ecuación 1.

$$k = EI_e/EI_g = I_e/I_g \quad (1)$$

donde:

$k$  = factor de rigidez adimensional.

$E$  = Módulo de elasticidad del concreto

$I_e$  = Momento de inercia efectivo

$I_g$  = Momento de inercia de la sección gruesa (rectangular, L o T).

En este estudio se calcularon las rigideces efectivas a flexión de la sección transversal, y por lo tanto los valores del factor de rigidez adimensional ( $k$ ), considerando las rigideces efectivas asociadas a las partes positivas y negativas de las curvas momento-curvatura (Figura 2), a partir de las cuales se obtuvieron valores promedio. Esto se realizó, ya que en muchos de los proyectos de investigación enfocados en la evaluación del desempeño sísmico de sistemas estructurales de concreto reforzado (o duales), es práctica usual el empleo de rigideces efectivas promedio que corresponden a las secciones extremas (donde se considera se concentrarán las rotaciones plásticas al considerar modelos de plasticidad concentrada) de los elementos estructurales.

Como se observa de la Figura 2, las curvaturas y momentos de fluencia pueden diferir en la parte positiva y negativa en función de la relación entre la cuantía de refuerzo longitudinal en tensión y compresión ( $\rho/\rho'$ ), indicando la necesidad de considerar valores promedio que tomen en cuenta tanto flexión positiva como negativa en cada sección estudiada. Además, debe tenerse en cuenta que en varios pro-

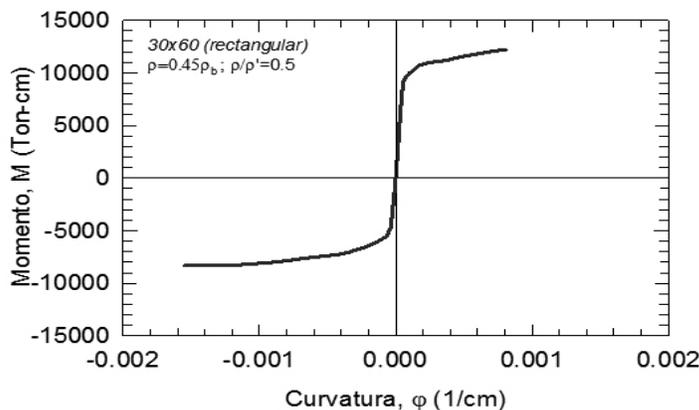


Figura 2. Diagramas momento-curvatura empleados para el cálculo factores de rigidez

gramas disponibles para análisis lineal y no lineal de estructuras, únicamente se cuenta con la posibilidad de asignar un momento de inercia (mediante el que se define la rigidez efectiva) por cada elemento, por lo que es práctica usual considerar precisamente los valores promedio obtenidos de las curvas momento-

curvatura (cuando se recurre a dicho criterio), razón por la que se consideran de utilidad los resultados derivados de este estudio.

Los resultados mostrados corresponden a una viga de 30 x 75 cm, resistencia a la compresión del concreto  $f'_c=350 \text{ kg/cm}^2$  y a una separación del re-

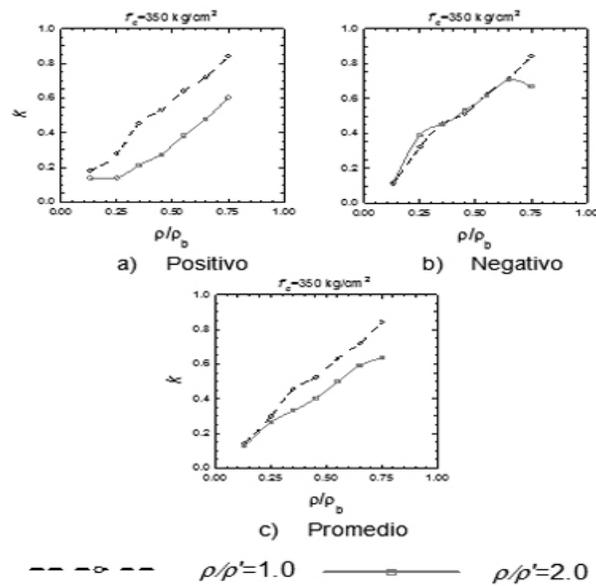


Figura 3. Influencia de  $\rho$  en  $EI_e$  para una viga de sección rectangular y detallado no dúctil

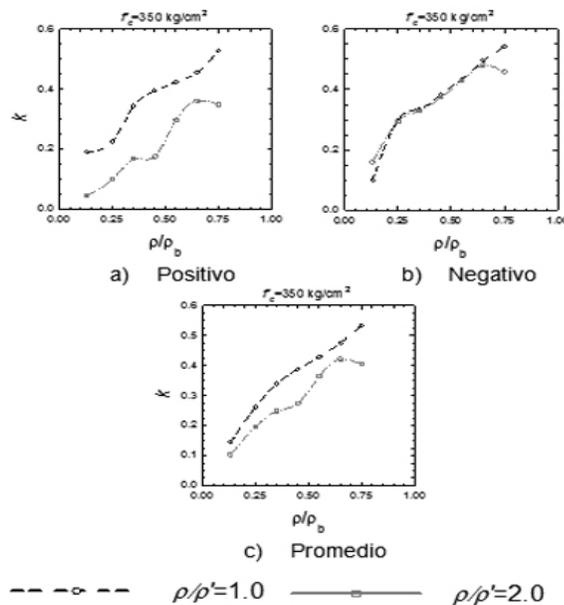


Figura 4. Influencia de  $\rho$  en  $EI_e$  para diferentes relaciones  $\rho/\rho'$ , para una viga de sección L invertida y detallado no dúctil

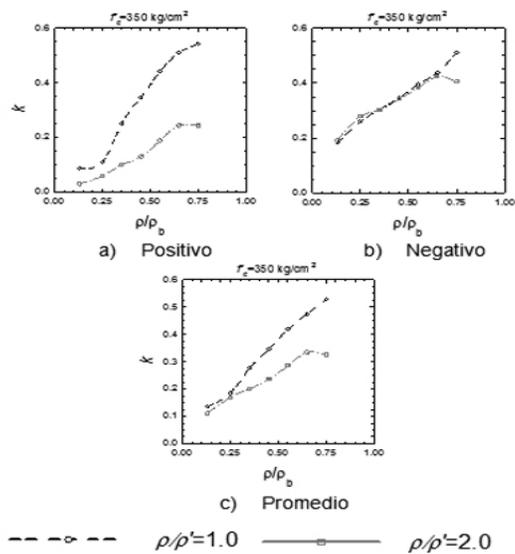


Figura 5. Influencia de  $\rho$  en  $EI_e$  para una viga de sección T y detallado no dúctil

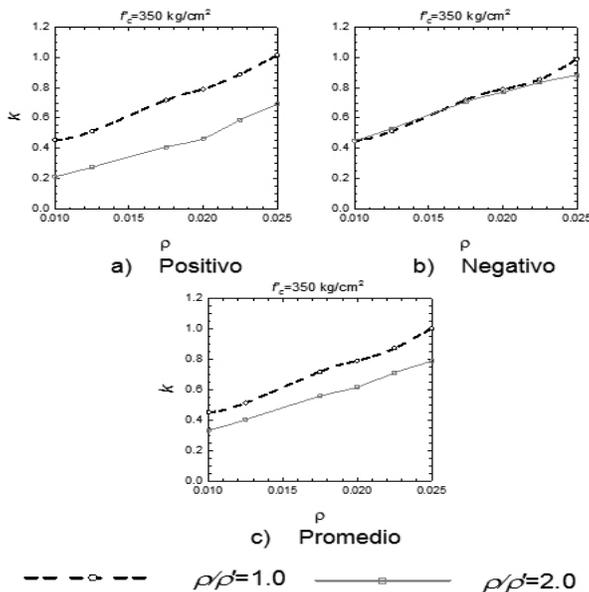


Figura 6. Influencia de  $\rho$  en  $EI_e$  para una viga de sección rectangular y detallado dúctil

fuerzo transversal de 10 cm.

En la Figuras 3 a 5, se muestra la influencia de la cuantía de refuerzo en tensión,  $\rho$ , en la rigidez efectiva a flexión,  $EI_e$ , expresada en términos del parámetro  $k$  ( $k=I_e/I_g$ ), para vigas con detallado no dúctil y cada una de las geometrías consideradas. Esto permite comparar, aunque no de forma directa, los factores de rigidez,  $k$ , con los actualmente propuestos en las

NTCC-17 para el cálculo de rigideces efectivas en vigas con fines de diseño sísmico, donde se considera un factor de 0.5 ( $EI_e=0.5EI_g$ ). La comparación se realiza teniendo claramente en cuenta que los resultados expuestos en este estudio corresponden únicamente a las secciones extremas de un elemento estructural, zonas donde se concentrarían las demandas de deformación plástica ante un evento sísmico intenso, y

no representan la rigidez efectiva promedio del elemento estructural, como se considera, teóricamente, en las NTCC-17.

Para evaluar simultáneamente el efecto de la relación entre las cuantías de refuerzo por tensión y compresión, en la Figuras 3 a 8 se incluyen, para cada forma considerada, los resultados asociados a dos relaciones de  $\rho/\rho'$ : 1.0 y 2.0.

Del conjunto de resultados, en que se aprecia que la mayoría de las curvas presenta una variación casi lineal (especialmente las curvas basadas en valores promedio), se observa que un incremento de la cuantía de refuerzo en tensión,  $\rho$ , representa un incremento significativo en la relación de rigideces ( $k=I_e/I_g$ ), lo cual es congruente para las tres diferentes formas de secciones transversales consideradas (rec-

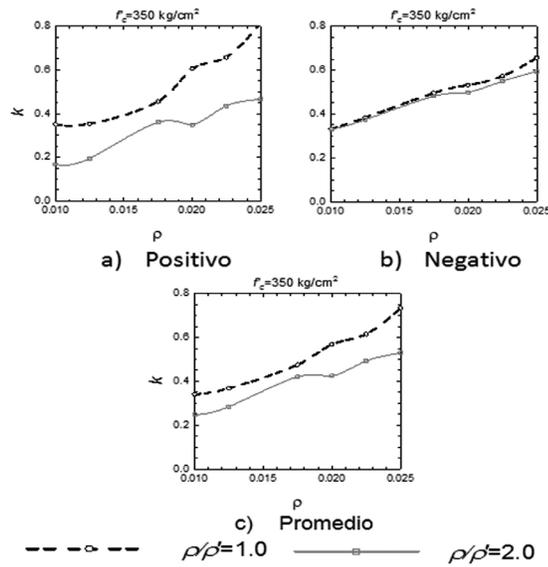


Figura 7. Influencia de  $\rho$  en  $EI_e$  para una viga de sección L y detallado dúctil

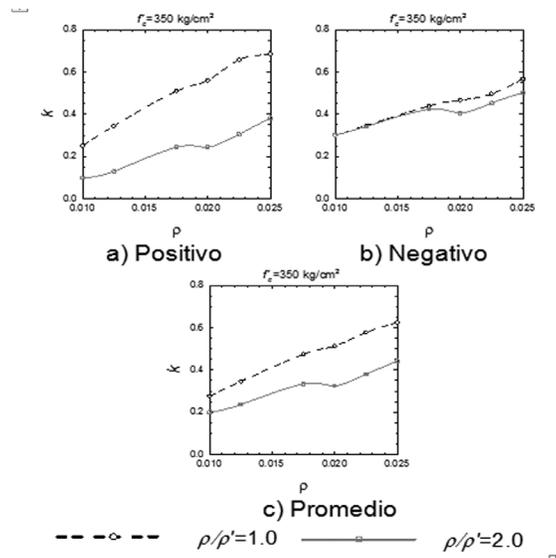


Figura 8. Influencia de  $\rho$  en  $EI_e$  para una viga de sección T y detallado dúctil

tangular, L y T). Lo anterior se debe a que cuando la cuantía de refuerzo se incrementa, la profundidad de las grietas de flexión decrece, pues se requiere una mayor cantidad de concreto para conservar el equilibrio de fuerzas.

Se observa además, que los factores de rigidez,  $k$ , obtenidos con base en la parte positiva de las curvas momento-curvatura, presentan siempre una mayor dispersión en los resultados respecto a los obtenidos con base en la parte negativa, de donde se observa que el efecto de la relación  $\rho/\rho'$  es prácticamente despreciable. Sin embargo, dada la dispersión obtenida en la parte positiva, de las curvas asociadas a los valores promedio, se observa que sí existe un efecto de la relación  $\rho/\rho'$  (o de la cuantía de refuerzo en compresión  $\rho'$ ) en la determinación de la relación de rigideces,  $k$ .

En prácticamente todos los casos se observa que conforme se incrementa la relación  $\rho/\rho'$  la relación de rigideces decrece, tanto para detallado no dúctil como dúctil.

Kunthia y Ghosh (2004a), indican que la relación  $\rho/\rho'$  no tiene efecto significativo en la determinación de rigideces efectivas, incrementando únicamente la ductilidad de la sección. Es importante hacer notar que en la mayoría de las propuestas existentes se desprecia, de forma conservadora, el efecto del refuerzo en compresión. Sin embargo, dados los resultados expuestos, valdría la pena reevaluar este aspecto, pues como se observa de las gráficas, su efecto puede ser considerable. Es importante notar que este efecto se logró observar debido a que se consideraron tanto las partes positivas como negativas de las curvas momento-curvatura.

De las Figuras 3 a 8 se observa claramente que la forma de la sección es un variable que debería considerarse en la definición de las rigideces efectivas de vigas de concreto reforzado, pues, en general, los factores de rigidez obtenidos para aquéllos casos en que sí se considera el aporte de la losa (secciones T y L) son siempre inferiores a los correspondientes a secciones rectangulares. Los resultados expuestos son congruentes con lo establecido en el reglamento de Nueva Zelanda, donde se emplea un factor reductivo inferior para el cálculo de la rigidez efectiva en vigas T y L ( $k=I_e/I_g=0.35$ ) respecto al empleado en vigas rectangulares ( $k=I_e/I_g=0.4$ ). Como se comentó, en las NTCC-17 no existe distinción basada en la

geometría de la sección transversal para la definición de  $k$  o  $EI_e$ .

Es importante hacer notar que los factores de rigidez,  $k$ , son dependientes no únicamente de la variación de la cuantía de refuerzo longitudinal, pues, por ejemplo, como comentan Velázquez (2018) y Godínez et al. (2018), éstos también se incrementan conforme se incrementa el valor de la resistencia a compresión del concreto,  $f'_c$ .

## CONCLUSIONES

En este artículo se evalúa la influencia que la cuantía de refuerzo longitudinal tiene en la determinación de la rigidez efectiva de secciones de vigas de concreto reforzado.

Con base en los resultados mostrados es posible concluir que un incremento de la cuantía de refuerzo en tensión,  $\rho$ , representa un incremento significativo en la relación de rigideces ( $k=I_e/I_g$ ), lo cual es congruente para las tres diferentes formas de secciones transversales consideradas (rectangular, L y T). Lo anterior se debe a que cuando la cuantía de refuerzo se incrementa, la profundidad de las grietas de flexión decrece, pues se requiere una mayor cantidad de concreto para conservar el equilibrio de fuerzas.

Se observó que existe un efecto de la relación  $\rho/\rho'$  (o de la cuantía de refuerzo en compresión  $\rho'$ ) en la determinación de la relación de rigideces.

Además, la forma de la sección transversal es un variable que debería considerarse en la definición de las rigideces efectivas de vigas de concreto reforzado, pues, en general, los factores de rigidez obtenidos para aquéllos casos en que sí se considera el aporte de la losa (secciones T y L) son siempre inferiores a los correspondientes a secciones rectangulares.

## AGRADECIMIENTOS

Se agradece el apoyo de Conacyt para la elaboración de este estudio, como parte del Proyecto de Investigación de Ciencia Básica No. 258271 "Determinación de rigideces efectivas de elementos estructurales para el análisis por sismo de sistemas diseñados con base en marcos de concreto reforzado" a cargo del primer autor. Isidro Velázquez agradece la beca de Conacyt, a través del mismo proyecto, para la elaboración de su tesis de licenciatura.

## REFERENCIAS

- ACI 318-14 (2014), "Building code requirements for structural concrete (ACI-318-14) and commentary", Farmington Hills. (MI, USA) American Concrete Institute.
- Al-Zaid, R.Z.; Al-Shaikh, A.H.; Abud-Hussein, M.N. (1991), "Effect of loading type on the effective moment of inertia of reinforced concrete beams", *ACI Structural Journal*, Vol. 88, No. 2, marzo, pp. 184-190.
- Duan, L.; Wang, F.; Chen, W. (1989), "Flexural rigidity of reinforced concrete members", *Pacific Earthquake Engineering Research Center*, Vol. 86, No. 4, julio, pp. 419-427.
- Elwood, K.J.; Eberhard, M.O. (2009), "Effective stiffness of reinforced concrete columns", *ACI Structural Journal*, julio-agosto, pp. 476-484.
- Godínez, E.A.; Velázquez, I.; Silvestre, R.; Tena, A. (2018), "Influencia de diferentes variables en la determinación de rigideces efectivas de secciones de concreto reforzado sujetas a flexión", *Memorias, XXI Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*. Campeche, Campeche.
- Godínez, E.A.; Villafuerte, H.; Tena, A.; González, O.M. (2019), "Evaluación del impacto económico de las disposiciones de las NTCC-17 para el cálculo de rigideces efectivas en edificios de marcos de concreto reforzado no dúctiles", *Concreto y cemento. Investigación y Desarrollo*. Aceptado para publicación.
- Khuntia, M.; Ghosh, S.K. (2004a), "Flexural stiffness of reinforced concrete columns and beams: analytical approach", *ACI Structural Journal*, Vol. 101, No. 3, mayo-junio, pp. 351-363.
- Khuntia, M.; Ghosh S.K. (2004b), "Flexural stiffness of reinforced concrete columns and beams: Experimental verification", *ACI Structural Journal*, Vol. 101, No. 3, mayo-junio, pp. 364-374.
- NTCC-04 (2004), "Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto", *Gaceta Oficial del Distrito Federal*, Tomo II, No. 103-BIS, octubre.
- NTCC-17 (2017), "Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto", *Gaceta Oficial del Distrito Federal*, No. 220-BIS, diciembre.
- NZS-06 (2006), "Code of practice for the design of concrete structures", NZS 3101. Standards Association of New Zealand. Private Bag. Wellington.
- Park, R.; Paulay, T. (1978). *Estructuras de concreto reforzado*, primera edición, John Wiley & Sons.
- Paulay, T. (1996), "Seismic design of concrete structures the present needs of societies", *Proceedings, 11th World Conference on Earthquake Engineering*, paper No. 2001. ISBN 0080428223.
- Paulay, T.; Priestley, M.J.N. (1992). "Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings", John Wiley and Sons, Inc., New York.
- Priestley, M.J.N. (2003), "Myths and fallacies in earthquake engineering, revised", In the Ninth Mallet Milne Lecture, Rose School, Pavia, Italia.
- RCDF-04 (2004), "Reglamento de Construcciones del Departamento del Distrito Federal", *Gaceta Oficial del Distrito Federal*, octubre.
- Rodríguez, M.E.; Botero J.C. (1997), "Evaluación del comportamiento de barras de acero de refuerzo sometidas a cargas monotónicas y cíclicas reversibles incluyendo pandeo". *Revista de Ingeniería Sísmica*, Vol. 56, pp. 9-27.
- Restrepo, J.I.; Rodríguez, M.E.; Tórres, M. (2015), "Evaluación de la rigidez lateral efectiva de columnas de concreto reforzado", serie investigación y desarrollo, Instituto de Ingeniería de la UNAM, ISBN: 978-607-02-7163-2. Septiembre.
- Scott, B.D.; Park, R.; Priestley, M.J.N. (1982) "Stress-strain behavior of concrete confined by overlapping hoops at low and high strain rates", *ACI Structural Journal*, Vol. 79, 13-27.
- Velázquez, I. (2018), "Determinación de rigideces efectivas en secciones de concreto reforzado sujetas a flexión", Tesis de Licenciatura, Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Chiapas, febrero.