

RESIGNIFICACIÓN DE LA RAZÓN TRIGONOMÉTRICA CON ESTUDIANTES DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA UNACH

RESIGNIFICATION OF THE TRIGONOMETRIC REASON WITH STUDENTS OF THE UNACH ENGINEERING FACULTY

Juárez Camacho María Cleotilde, Cruz Ruíz Cristóbal¹

RESUMEN

El conocimiento matemático juega, indiscutiblemente, un papel primordial en la alfabetización de la ciencia, particularmente en la resolución de problemas de aplicación en contextos reales. En este caso la Matemática Educativa, como disciplina que se encarga de los fenómenos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, en las distintas escuelas de pensamiento se han desarrollado investigaciones en varias direcciones: como se aprenden, como se enseñan, cómo se convirtieron los saberes teóricos, en saberes escolares, cuáles son las restricciones institucionales y escolares para la actividad didáctica, etc.

Se parte de investigaciones realizadas sobre la Función Trigonométrica, que nacen en el seno de una aproximación teórica: la Socioepistemología. La cual distingue los elementos de construcción social: las actividades, las prácticas de referencia y las prácticas sociales ligadas a la constitución de la función trigonométrica. Detalla los momentos históricos de la función trigonométrica desde su origen, hasta su constitución en series trigonométricas (Montiel G., 2005).

Palabras Claves: Trigonometría, ingeniería didáctica, socioepistemológica, prácticas sociales, discurso matemático.

ABSTRACT

Mathematical knowledge undoubtedly plays a key role in the literacy of science, particularly in solving problems of application in real contexts. In this case, Educational Mathematics, as a discipline that deals with the teaching-learning phenomena of mathematics, in different schools of thought, research has been carried out in several directions: how they learn, how they teach, how knowledge became theoretical, in school knowledge, what are the institutional and school restrictions for the didactic activity, etc.

It is based on research carried out on the Trigonometric Function, which is born within a theoretical approach: Socioepistemology. Which distinguishes the elements of social construction: activities, reference practices and social practices linked to the constitution of the trig function. It details the historical moments of the trigonometric function from its origin, to its constitution in trigonometric series (Montiel G., 2005).

Keywords: Trigonometry, didactic engineering, socio-epistemology, social practices, mathematical discourse.

INTRODUCCIÓN

La importancia de articular actividades didácticas que fomenten el estudio en la matemática, este trabajo se ha concentrado en el estudio del fenómeno didáctico, como una aproximación que fundamenta elementos importantes como el cognitivo, epistemológico y didáctico.

En consecuencia, se plantea la contextualización de la investigación, la problemática que nos ha llevado a realizar esta investigación, así como el análisis de la razón y función trigonométrica en los programas de estudio y los libros de texto; así como su bosquejo, de la razón trigonométrica en su entorno

¹ Docentes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Chiapas. Email: cleotilde.juarez@unach.mx, cristobal.cruz@unach.mx

de origen, el origen histórico de la trigonometría. En particular este trabajo se enfoca en alumnos de ingeniería civil; y la evolución que la trigonometría se convierte en la base de elementos importantes como base de su formación de conocimientos académicos. Se puntualiza los momentos de construcción socioepistemológica de la función trigonométrica desde; su transformación de origen, elementos teóricos y la construcción social; tomando en cuenta que este trabajo se basa en la etapa de la anticipación.

La ingeniería didáctica plantea problemas de manera novedosa ya que, de un lado, la realización experimental en sí supone de antemano una “transmisión” en dirección del o de los profesores que serán los actores; y del otro, busca el desarrollo del pensamiento matemático y la construcción de conocimiento de parte de los estudiantes.

La aproximación socioepistemológica a la investigación en matemática educativa se basa en la interacción sistémica de las cuatro componentes (didáctica, epistemológica, cognitiva y social) de la construcción social de conocimiento. Toda propuesta didáctica basada en esta aproximación supone un cambio significativo del discurso matemático escolar (DME).

En búsqueda de nuestra problemática se pretende analizar el rediseño de la razón trigonométrica, así como el análisis de la secuencia didáctica que se plantea a los alumnos, y así dar un análisis de conclusión en este trabajo de investigación.

MÉTODO DE ANÁLISIS

Este trabajo es una pequeña aportación a la solución del problema educativo que vive nuestra sociedad, se observa que nuestro objeto de estudio se les dificulta entender que es una razón trigonométrica, que es sumamente significativa para la enseñanza de la ciencia matemática en el nivel superior.

En relación cómo reside la función trigonométrica en el medio escolar, se considera en diversas representaciones de ella, es decir, es presentada primero en el contexto del triángulo rectángulo, especificándose como razones; para ampliar el dominio de los ángulos (ángulos medidos en grados, de cualquier valor: negativos y positivos) y se contextualiza en el círculo unitario, concretamente como razón. En él se hace la conversión de ángulos medidos en

grados a radianes, para tratar, posteriormente, a las funciones trigonométricas como funciones de variable real (Maldonado, 2005).

A fin de entender cuáles son los aprendizajes que logran los alumnos, se analiza cómo los métodos de enseñanza permiten alcanzar o no cierta comprensión. Por ejemplo, después de identificar las dificultades, concepciones o niveles de comprensión entre los estudiantes, algunas investigaciones cierran con una discusión sobre la pertinencia de utilizar los métodos del “triángulo rectángulo” y del “círculo unitario” con la intención de introducir las razones trigonométricas (Kendal & Stacey, 1998), o bien, utilizar al círculo trigonométrico (Fig. 1) como medio para pasar de las razones a las funciones trigonométricas (De Kee, 1996).

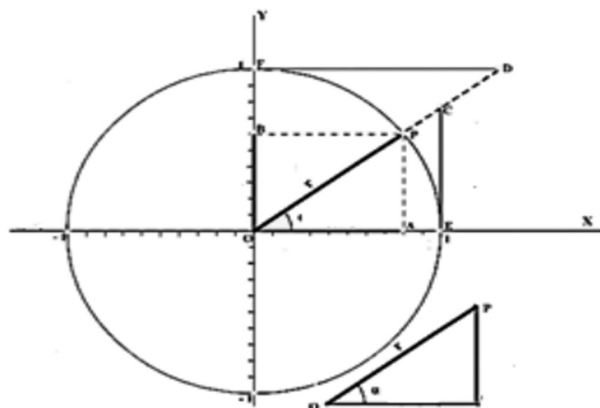


Fig. 1 Círculo unitario

Parece claro que si el discurso matemático escolar presenta la conversión de la medida de ángulo en grados a radianes, y viceversa, como una equivalencia, el estudiante puede no distinguir entre el uso de uno y otro.

¿Qué nuevos significados genera en los estudiantes de primer semestre de Ingeniería de la UNACH un diseño de situación basado en la socioepistemología, a partir de una práctica de referencia de matematización de la astronomía para estudiar la razón trigonométrica?, dadas las necesidades de los estudiantes, se centra en hacer un análisis en el conocimiento de la razón trigonométrica, porque se ha observado que el alumno tiene concepciones alternativas en la modelación y la conceptualización básica de la razón trigonométrica.

- La escasa comprensión en la construcción

del saber matemático de la razón trigonométrica, en alumnos de primer semestre de ingeniería civil.

- Deficiencia en conocimientos de ángulo así, como su clasificación, unidad de medida y ángulos dirigidos.
- El conocimiento del triángulo, clasificación, propiedades, razones trigonométricas, solución de triángulos, las razones trigonométricas en el plano y sus signos de acuerdo a su posición.

Por lo tanto nos apoyaremos en la Socioepistemología y la Ingeniería Didáctica, para hacer una secuencia en la cual se aplique y analice cuáles son los significados nuevos que construyen a raíz de la secuencia, a partir de una práctica de referencia de la matematización de la observación.

El contrato didáctico, es aquello que rige de manera más o menos explícita las expectativas respectivas del alumno y el profesor en relación con el conocimiento (Artigue, Douady, & Moreno, 1995). El cual se pacta en el Programa Oficial de la Secretaría de Educación Pública en México (SEP). (García, 2011)

Para análisis de esta investigación se hace una revisión de los programas de estudio, de los cursos en que él alumno estudia un tercer grado de secundaria, pasando por la preparatoria, hasta que finalmente llega al programa de estudio en la formación de ingeniería civil, en este caso a la Facultad de Ingeniería de la UNACH.

La introducción al alumno del conocimiento de las razones trigonométricas en el tercer grado de Secundaria, el cual se aborda el tema "Medida", antecedido por el tema "Figuras y Cuerpos", correspondientes al bloque IV lección 64-66 y posteriormente Bloque V lección 75 "Proporcionalidad y Funciones" (García, Mendoza, & Block, 2015.). Fig. 2.



Fig. 2 Matemáticas 3 secundaria (García, Mendoza & Block, 2015)

En el Nivel Medio Superior es en el segundo semestre es donde se imparte el conocimiento de la Trigonometría Clásica (vinculada al estudio de los triángulos) y a la Trigonometría Analítica (vinculada al estudio de las funciones trigonométricas).

Las funciones trigonométricas que se imparten en la carrera de ingeniería civil de la UNACH están en diversas asignaturas (álgebra superior, cinemática, cálculo diferencial, cálculo integral, ecuaciones diferenciales), estos contenidos los hallaremos en tres presentaciones (seno, coseno y tangente) y su representación como función. Hacemos referencia que el tema razones trigonométricas no se encuentran como tal, en los programas de estudios, sino más bien su aplicación como función. A continuación se presenta de qué manera se hace estudio de la función en el programa de estudio.

- Función Trigonométrica $y = a \text{Sen}(bx + c) + d$
- Serie Infinito $\text{Sen } x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$
- Producto Infinito $\text{Sen } x = x \left(1 - \frac{x^2}{\pi^2}\right) \left(1 - \frac{x^2}{4\pi^2}\right) \left(1 - \frac{x^2}{9\pi^2}\right)$
- Serie Trigonométrica $f(x) = a_0 + a_1 \text{Cos } x + a_2 \text{Cos } 2x + \dots + b_1 \text{Sen } x + b_2 \text{Sen } 2x + \dots$

Al concluir el alumno con el objetivo de su carga curricular. Se apropia del conocimiento y es capaz de construir la razón trigonométrica como concepto matemático, análisis y aplicación, en su formación académica como ingeniero civil.

BOSQUEJO DE LA RAZÓN TRIGONOMÉTRICA

Con el triángulo rectángulo se definen las razones de los lados (catetos e hipotenusa), refiriéndolas sólo con ángulos agudos, es decir, si θ es el ángulo, cuyos valores están entre 0° y 90° .

Las razones seno, coseno y tangente de θ son definidas de la forma siguiente: el tratamiento de las razones trigonométricas por el triángulo rectángulo se reduce a ángulos entre 0° y 90° , se extiende a ángulos (medidos en grados) de cualquier valor, negativos y positivos, se considera el sistema de ejes coordenados. A partir del punto coordenado (ordenada, abscisa) en el plano y la distancia al origen, formando un

triángulo rectángulo, como lo muestra la (Fig. 3). Se definen a las razones seno, coseno y tangente de θ , siguiendo la definición por el triángulo rectángulo. El signo que pueden tomar estas razones, depende del cuadrante en el que se encuentre el punto coordenado, es decir, el lado terminal del ángulo.

$$\sin \alpha = \frac{\text{opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{h}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{h}$$

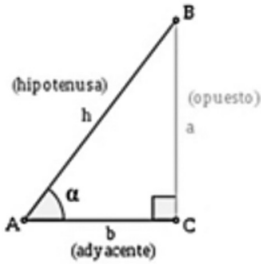
$$\tan \alpha = \frac{\text{opuesto}}{\text{adyacente}} = \frac{a}{b}$$


Fig. 3 Razones trigonométricas

En matemática educativa y en particular en la Socioepistemología, una investigación parte de reconocer un fenómeno didáctico relacionado con determinado saber matemático y su uso en el aula de matemáticas (Buendía & Cordero, 2005). Partiendo de dicho principio se ha observado en la Facultad de Ingeniería Civil de la UNACH, el alumno presenta concepciones alternativas de la razón trigonométrica, cómo ley de senos, ley de cosenos o aplicación de la tangente.

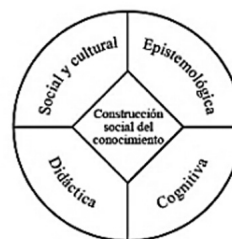
Para abordar esta problemática, el presente trabajo parte de la historia de la trigonometría, el uso necesario de ella en la ingeniería civil y se diseña una secuencia didáctica que nos lleve analizar la problemática de la resignificación de la razón trigonométrica en la Ingeniería Civil.

ELEMENTOS TEÓRICOS

La descripción de la construcción de conocimiento matemático al seno de la comunidad científica es sólo uno de los elementos constitutivos de la enseñanza – aprendizaje de las matemáticas en escenarios escolares y sólo hasta recientes fechas se han considerado las condiciones sociales de su construcción.

En consecuencia la aproximación socioepistemológica retoma la visión sistémica de la *didáctica en la escuela*; incorporando una componente social a la construcción del conocimiento matemático. Este acercamiento incorpora entonces cuatro componentes con la intención de desarrollar el pensamiento matemático de los y las estudiantes. Se basa en un marco teórico que permite tratar con los fenómenos de producción y difusión del conocimiento matemático desde una perspectiva múltiple al incorporar el estudio de las interacciones entre la epistemología del conocimiento, la dimensión social del saber, los procesos cognitivos (Fig.5) que son asociados y los mecanismos de institucionalización vía la enseñanza (Cantoral y Farfán, 2003).

Las dimensiones del saber



- **Naturaleza epistemológica** (sobre la forma en que lo conocemos)
- **Tesis sociocultural** (el énfasis puesto en el valor de uso)
- **Planos de lo cognitivo** (las funciones adaptativas)
- **Modos de transmisión vía la enseñanza** (la herencia cultural)

Fig. 5 Esquema de la aproximación socioepistemológica (Ferrari y Farfán, 2001)

La dimensión social, en nuestro estudio al fenómeno didáctico ligado a la razón, toma el carácter de práctica social. Ello modifica el centro de atención de las componentes epistemológica, lo desvía de los conceptos u objetos matemáticos preestablecidos a la identificación de prácticas de referencia y actividades, ubicando a estas en escenarios particulares. La componente cognitiva asume entonces al conocimiento como una serie y procesos sustentados por mecanismos cognitivos que se han desarrollado socialmente y la componente didáctica, finalmente se ocupa de explicar la difusión del conocimiento a través del discurso matemático escolar y examina los efectos e implicaciones didácticas Fig. 6 (Montiel, 2005).

Este análisis a priori se debe concebir como un análisis de control de significado. Esto quiere decir,

de forma muy esquemática, que si la teoría constructivista sienta el principio de la participación del estudiante en la construcción de sus conocimientos a través de la interacción con un medio determinado, la teoría de las situaciones didácticas que sirve de referencia a la metodología de la ingeniería ha pretendido, desde su origen, constituirse en una teoría de control de las relaciones entre el significado y las situaciones. Nótese que la palabra teoría se toma aquí en un sentido amplio, puesto que incluye las construcciones teóricas elaboradas por G. Brousseau durante más de veinte años (como referencia de una de las primeras versiones de la teoría se podría citar a Brousseau en 1972), como también construcciones elaboradas, en conexión más o menos estrecha, por diversos investigadores, entre los cuales R. Douady es unas de las más sobresalientes.

PRÁCTICA SOCIAL



Fig. 6 Práctica social

Por lo tanto, el objetivo del análisis a priori es determinar en qué las selecciones hechas permiten controlar los comportamientos de los estudiantes y su significado. Por lo anterior, este análisis se basa en un conjunto de hipótesis. La validación de estas hipótesis está, en principio, indirectamente en juego en la confrontación que se lleva a cabo en la cuarta fase entre el análisis a priori y el análisis a posteriori.

SECUENCIA DIDÁCTICA

La secuencia didáctica que se diseñó, consta de 3 actividades, y se aplicó a estudiantes de primer semestre grupo "A" del turno matutino de la Facultad de Ingeniería de la UNACH, en el periodo del semestre Enero-Junio 2018.

En un tiempo de 10 minutos, al iniciar la actividad se dio una breve explicación de las características de la actividad. Para el análisis de la información obtenida los estudiantes en la puesta en escena, los estudiantes debían de organizarse de tal manera que debieran estar asignados en lugares tales como: el secretario (toma notas), el medidor, el soporte (el que detenía el cuaderno) y el fotógrafo.

DISEÑO DE LAS ACTIVIDADES

Para realizar la actividad se delimitó para que se llevará a cabo la medición del edificio "E" y que la sesión de medición se llevará a cabo en un tiempo de 10 minutos, para que todos los equipos pudieran hacer su medición respectiva, para luego regresar al aula.

En seguida se describe cada una de las tres actividades.

- Actividad 1

Esta actividad se llama *Medir Altura*, en esta etapa se indica las instrucciones en condiciones adecuadas deben realizar, en ella se describe el material con que se va trabajar y que previamente se les asignó a cada equipo, tales como: cinta métrica, popotes, regla, nivel, lápiz, cuaderno y transportador.

- Actividad 2

Esta actividad se le denominó Comparar, en esta parte inicial el alumno deberá llenar un cuadro con el ángulo que consideren que tendrán las demás distancias, en la parte subsecuente el alumno deberá explicar ampliamente que estrategias utilizaron, y por último deberán realizar un dibujo a escala de la medición que se llevó a cabo.

- Actividad 3

Esta actividad se le llamó Analizar, en esta parte inicial el alumno deberá compartir información con los demás equipos para hacer el llenado de la tabla que se presenta, así deberán dar una conclusión del ángulo que ellos han observado, en la parte final deben hacer sus observaciones finales.

EXPERIMENTACIÓN Y ANÁLISIS

Conforme a lo planeado se realizó la aplicación de la secuencia didáctica. Para hacer la reflexión de la experimentación se observarán 3 equipos de di-

ferentes distancias de 4, 6 y 8 metros. Los alumnos trabajaron en equipos y lo hicieron de la forma que a continuación se describe:

En el primer equipo, compuesto por cinco integrantes de los cuales 3 de ellas son mujeres y 2 hombres. Se le asignó 4 metros de distancia del objetivo, hicieron su medición de ángulo anotando 70°, en la actividad 2, al explicar que estrategia utilizaron para

dar solución comentan que usaron formulas de tangente porque tenían altura y base. No hicieron ninguna observación a la actividad. A continuación se presenta la evidencia Fig. 7 y 8.

A continuación se anexa comparativo del análisis de las soluciones de tres equipos. (Cuadro 1)

EQUIPO	DIBUJO	PREDICIONES	PROCEDIMIENTOS	CONCLUSIÓN
1		Empleando formulas de tangentes porque tienen altura y base.	Miden un ángulo de 70° y utilizando la razón de tangente, con la base de 4 m, determinan la altura del objetivo.	Nuestras predicciones si se acercaron con los demás, excepto con el equipo de 8 mts. la diferencia fue mucha.
2		Usando funciones trigonométricas e igualaciones de triángulos semejantes.	Con un ángulo de 59°, y aplicando la razón de seno, encuentran la hipotenusa, y posteriormente aplicando la semejanza de triángulo, hallan la altura del edificio.	La altura del edificio coincide con los demás equipos. Lo que cambia es la medida de los ángulos de inclinación.
3		Aplicando la ley de senos y el ángulo de inclinación.	Haciendo uso de la razón de coseno con un ángulo de 45°, para encontrar la hipotenusa, y luego la ley de senos, disponen encontrar la altura.	Qué si no calculas bien el ángulo la altura varía en mucho.

Cuadro 1. Análisis de soluciones por equipo.

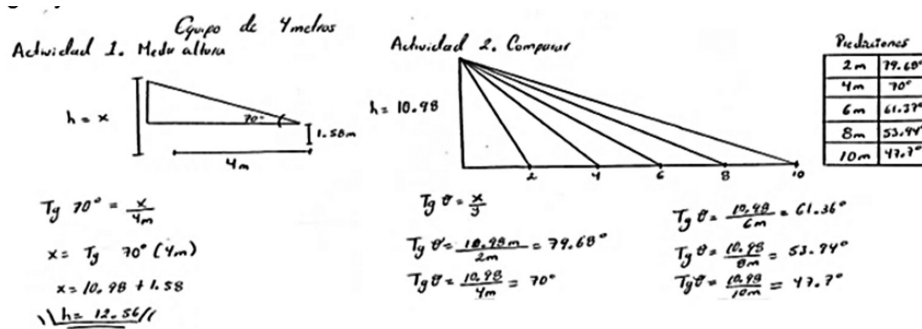


Fig. 7 Evidencia de la actividad puesta en escena



Fig. 8. Imágenes de puesta en escena

CONCLUSIONES

El papel de las prácticas de referencia que producen conocimiento y el estatus de las prácticas sociales en tanto que inducen la construcción de la función trigonométrica en el contexto de origen, aportando así los principios básicos para modificar el enfoque clásico que se vive en la escuela y que se usa en la literatura matemática (Montiel, 2005).

Tenemos en cuenta que el enfoque clásico del aprendizaje de las razones trigonométricas (identidades), de las funciones trigonométricas y de las series trigonométricas desvinculadas, el enfoque en este trabajo atiende la construcción de conocimiento con base a la experiencia en el planteamiento de ciertas situaciones, vinculadas en la vida cotidiana del propio estudiante. El propósito de este trabajo ha sido mostrar cómo el estudiante puede hacer uso de sus conocimientos sin límite, apoyándose de la observación para proponer una solución en el uso de razones trigonométricas y graficación.

Analizando el trabajo propuesto a los estudiantes, observamos que la mayoría de ellos logró concluir las tres actividades en su generalidad, cada uno de los equipos iban evolucionando su razonamiento para buscar estrategias de solución y cómo conciben su propio discurso a través de un lenguaje común. Se ha examinado a consideración cada una de las actividades, en la cuales se observado su resultado. Que la resignificación de la razón trigonométrica de acuerdo a las actividades de la secuencia didáctica realizadas por los alumnos, se observa que los tres equipos dieron resultados diferentes uno de otro, llegando a la solución por diversos conocimientos, el primer equipo hizo uso de la razón de tangente; siendo la razón de seno para el segundo equipo; el equipo tres hace uso de ley de senos; la ley de los senos es la relación entre los lados y ángulos de triángulos no rectángulos (oblicuos).

En este trabajo podemos decir que toda propuesta teórica o didáctica que se base en una aproximación socioepistemológica constituye un cambio significativo en la manera de enseñar y aprender las matemáticas. Tomando en cuenta el pensamiento matemático y la construcción a partir de las prácticas sociales. Que nos hace pensar cómo enseñar y la didáctica a replantear (Montiel, Desarrollo de Pensamiento Trigonométrico, 2013) en nuestra labor

docente, así como la sociedad nos exige a educar y formar mejores estudiantes. En éste caso particular con futuros ingenieros civiles.

REFERENCIAS

- Artigue, M., Douady, R., & Moreno, L. (1995). *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática*. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica, S.A. de C.V.
- Buendía, G. (2011). *Reflexión e Investigación en Matemática Educativa*. México: Lectorum.
- Buendía, G., & Cordero, F. (2005). Prediction and the periodic aspect as generators of knowledge in a social practice framework. A socioepistemological study. México: *Educational Studies in Mathematics*.
- Cantoral, R., & Farfán, R. (1998). *Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis*. España: *épsilon - Edición Especial*.
- Cantoral, R., & Farfán, R. (2003). *Matemática Educativa. Una visión de su evolución*. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 6(1), 27-40.
- De Kee, S., Mura, R., & Dionne, J. (Julio de 1996). La comprensión des notions de sinus et de cosinus chez des élèves du secondaire. *For the learning of Mathematics*, 16(2), 19-27.
- García, N. (2011). *Programas de estudios SEP*.
- García, S., Mendoza, T., & Block, D. (2015.). *Matemáticas 3*. México, D.F.: SM de ediciones, S.A. de C.V.
- Kendal, M., & Stacey, K. (1998). Teaching trigonometry. Two methods of introducing trigonometry. (S. Adelaide, Ed.) *Australian Mathematics Teacher*, 54(1), 34-39.
- Maldonado, E. (2005). *UN ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LA FUNCIÓN*. Mexico, D.F.
- Montiel, G. (2005). *Estudio Socioepistemológico de las Función Trigonométrica*. México, D.F.